

数形结合助力小学生数学学习理解的实践探索

——以《数射线上的分数》教学为例

徐汇区逸夫小学 蒋娟

在《义务教育数学课程标准（2022年版）》中对数学的课程性质明确表述为，数学是研究数量关系和空间形式的科学。数学课程目标要进一步强调发展学生运用数学知识与方法发现、提出、分析和解决问题的能力（简称“四能”）。数学课程内容组织，需要重视数学内容的直观表述，处理好直观与抽象的关系。学生的学习应是一个主动的过程，……，要促进学生理解和掌握数学的基础知识和基本技能，体会和运用数学的思想与方法，获得数学的基本活动经验。^[1]数形结合作为小学数学中最为普遍应用的思想方法之一，对学生数学知识体系的构建起非常关键的作用，它对促进学生数学学习理解的优势“主要体现在两个方面，一是提高数学记忆功能，二是图形语言有利于提升学生抽象数学思维能力。”^[2]教师需要充分了解数形结合的内涵，理解其对学生数学学习的重要价值，才能正确将数形结合运用与教学中，发挥良好的效果。

一、数形结合思想的内涵阐释

不论是数学理论探讨，还是教学实践研究，关于数形结合思想及其应用都已经有了较长历史，对于数形结合思想的内涵，却一直没有统一的界定。但普遍都是从“数”和“形”两者的特征和关系来进行解释的，认为“数形结合思想就是通过数和形之间的对应关系和相互转化来解决问题的思想方法，数形结合中的‘数’是指数、代数式、方程、函数、数量关系式等，‘形’主要是指几何图形和函数图像等”。^[3]数形结合的应用一般分为两种形式，一种是将抽象的“数”通过具体的“形”来表现的“以形助数”，另一种是借助数的精确性来阐述形的性质的“以数解形”。

二、数形结合对小学生数学学习的价值与意义

教师在教学实践中有意识地渗透数形结合思想，引导小学生学习数形结合的方法，对促进小学生数学学习都有非常重要的价值。

1、抽象知识形象化，增强学习趣味性，激发学生动机。

小学作为学生数学学习的启蒙阶段，对数学这一学科学习兴趣的培养，在某种程度上甚至比数学知识的学习更加重要。数学因为知识内容的高度抽象性，显得与生活之间的联系极其微弱，而小学阶段学生的兴趣受到感性认识的影响非常强烈。如果在学习过程中，长期无法建立学科知识和生活实际之间的连结，很容易将数学学习理解为枯燥的知识习得过程，会极大程度消磨其学习动机。而数形结合思想的运用，让教师在教学设计和实施中，把数学概念的理解辨析，借助“形”的形象化展示，通过具体素材的使用，让学生能够在真实情境中借助“形”来理解数学知识，感知到数学与实际的联系。比如学习《方向与位置》的知识时，教师可以用教室的座位表来帮助学生理解“数对”的概念，用班级学生座位之间的关系，让学生在描述身边同学的位置的游戏中感受和理解“相对位置”的概念。因此，教师通过生动形象的图形丰富教学设计的多样性，能够吸引学生的注意力，提高学生的课堂参与度，增强学习过程的趣味性，激发学生数学学习的动机。

2、数学概念具体化，降低学习难度，提升学习效果。

数学是一门高度抽象的学科，但小学生的认知还处于直观向抽象的过渡，仍以具体思维为主的阶段。小学阶段的算理学习占了很大比例，学生会碰到小数、分数、百分数及其计算，

学生直观的数学思维无法良好的适应这些“晦涩难懂”的概念性知识。数学概念学习是学生不断接受新概念，建立新概念与旧概念的联系，进而习得新概念的过程。小学生因为学习经历有限，一方面缺少建立联系的学习经验，另一方面也缺乏妥善处理概念的能力，因此数学知识学习的时候，很容易出现混淆，影响学习的效果。教师如果利用图形将抽象的数学知识转化为具象化的内容，能够帮助学生理解数学概念，降低学习难度。例如在学习分数知识时，教师可以通过线段比例图展示真分数和假分数，让学生直观体验和感受分数表达的意义，让分数变得更容易理解。在学习年龄问题时，通过线段图可以帮助学生把疑问或问题呈现在一个实际的、看得见的情境中，把无形的数理关系转化为有形的线段关系，把学习内容直观地呈现在学生面前，便于他们找到问题的关键，进而顺利地解决问题。

3、方法渗透日常化，锻炼逻辑思维，培养学习能力。

小学阶段的数学知识从难度上来看都是非常基础的，教师要做的利用这些基础知识的学习帮助学生掌握科学的数学学习方法，形成良好的数学思维方式。所谓“授人以鱼不如授人以渔”，教师在日常教学中，把数学方法渗透到日常教学中，让学生学会并内化方法，学会、掌握并习惯运用数学思维方法解决实际问题，不仅仅是有利于数学学习的重要能力，更是能够为学生终身学习奠定基础的学习能力。数学图形作为一种能够辅助理解知识点的数学语言，通过数形结合渗透、融入到小学数学课堂，借助以点及面、饼图、线段图等图形辅助学生学习，帮助学生养成良好的习惯，在自己解决学习问题时能够主动联想并利用图形解决，逐步培养学生数形结合的理念，提高学生逻辑思维能力。

三、运用数形结合促进小学生数学学习理解的教学实践

本文以沪教版小学数学四年级第一学期“整理与提高”单元中的《数射线上的分数》教学为例，呈现数形结合在小学数学教学实践中的具体实践与思考。

1、理清概念，分析教材与学生，明确学习起点。

这是小学阶段最后一节分数教学，是对分数内容的整理与提高。而数射线作为一种学习数的工具，从进入小学开始就接触到，例如：数的认识、数的大小比较、整数的加减，都是借助数射线开展学习的。让学生学会在数射线上找到计数单位，直观地比较数的大小，进行数的加减计算。把数射线作为学习工具，在教材的编排上是有连续性的。

关于“数射线上的分数”，美国的州际核心数学课程标准（Common Core State Standards for Mathematics）中有相关表述：（1）把数射线上从0到1的线段等分成若干份，取其中一份，将该线段的一个端点和原点对齐，另一个端点在数射线上对应的点就表示几分之一；（2）把数射线上从0到1的线段等分成若干份，取其中几份，将该线段的一个端点和原点对齐，另一个端点在数射线上对应的点就表示几分之几。此外，编写组解读在数射线上表示分数的学习进阶时，还强调了两点：（1）长度模型可以看作数射线的直观模型；（2）学生测量长度的经验是理解数射线上分数的基础。^[4]

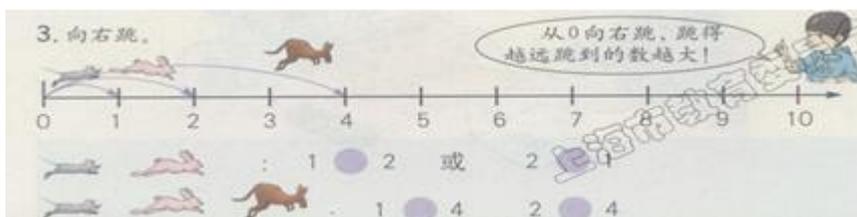
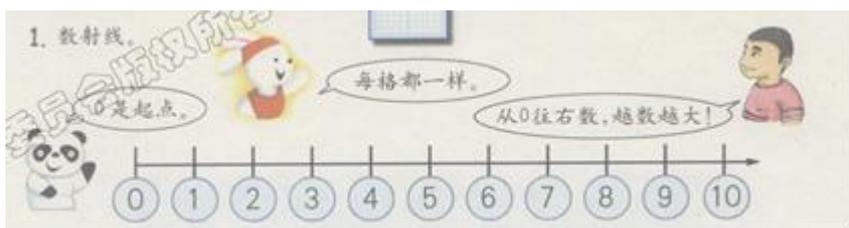
这部分学习内容，对于四年级的学生来说，已经有了在数射线上进行整数的大小比较和加减进行的能力，再向前迈进一步，改变“计数单位”（原来的计数单位是1，现在变成几分之一），将技能迁移到在数射线上进行分数的大小比较和加减计算显得顺理成章。因此，运用数射线来进一步开展分数学习，能够帮助学生初步尝试数形结合，建立分数计算的数学模型，解决实际问题。

2、复习引入，引导学生对接已有学习经验。

在引入环节，考虑到学生已有的数射线知识还是在一年级时候学习的，所以设计了从复习出发，回顾了以往学习中数射线的作用，并为了对接分数学习主题，着重复习“计数单位”，以及数的大小比较，数的加减计算的本质——“计数单位”个数发生了变化。

例如：

$2 < 4$ ，因为当计数单位是1的时候，4里面有2个1，2里面有2个1，所以 $2 < 4$ 。



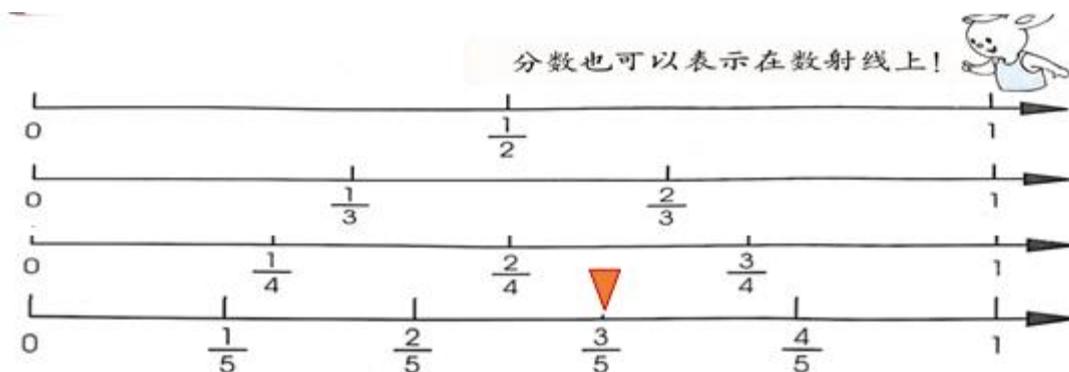
$3+4=7$ ，在原来3个1的基础上加上4个1，得到了7个1，所以等于7。



虽然通过回忆学生能够很快就对数射线的概念和运用熟悉起来，而且在前一阶段的学习后对分数概念也建立起了较好的基础，但根据经验判断，学生对“在数射线上表示分数”还是存在一定的困难的。原因可能在于，从长度模型中用分数表示长度，要转化到数射线上用分数表示位置，这个迁移过程对学生学习跨度要求较大。因为“计数单位”可以根据研究问题的需要发生变化。因此为了帮助学生顺利过渡，设计“数射线上表示整数”复习中体验“计数单位”的个数变化。

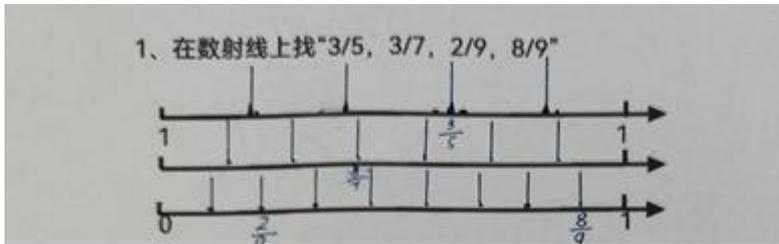
3、活动探究，指导学生迁移学习改造原有经验。

活动1：试一试在数射线上找 $\frac{3}{5}$ 、 $\frac{3}{7}$ 、 $\frac{2}{9}$ 、 $\frac{8}{9}$ ，还能找到其他分数吗？



在正式教学环节，设计了在“数射线上找分数”活动。引导学生迁移在数射线上找整数的方法，在数射线上找分数。首先在媒体中，大家一起先寻找一个分数 $\frac{3}{5}$ ，口诉寻找的过程：

将 0-1 这段数射线平均分成 5 份，从 0 开始向右数 3 份，这里的计数单位为 $\frac{1}{5}$ 。然后让学生继续寻找其他的分数。



在这个环节，不仅关注学生是否能够准确找到分数值在数射线上的位置，还要重点引导学生理解数射线上找分数与找整数的主要区别：要将单位 1 平均分得到分数单位。通过这个环节，引导学生经历和感受计数单位从整数到分数的变化，在原有对数的理解结构中螺旋上升做出调整。同时，在教学过程中，通过让学生描述找分数的过程描述，锻炼学生使用规范的数学语言表达的能力。

活动 2：分数的大小比较：

$$\frac{8}{9} \bigcirc \frac{2}{9} \quad \frac{3}{5} \bigcirc \frac{3}{7}$$

通过学生分组活动，尝试解决两个不同类型的分数大小比较问题，探究借助数射线解决分数问题的过程。

经过活动 1 的练习后，学生已经掌握了在数射线上准确找出分数位置的方法。进而再尝试通过位置比较，来确认两个分数的大小关系。在解决问题中发现，同分母的分数可以在一条数射线上表示，比较的是相同计数单位的个数，个数越多数就越大；同分子的分数可以在两条数射线上表示，再对计数单位的大小进行比较，相同数量的计数单位，计数单位越大数就越大。因此：

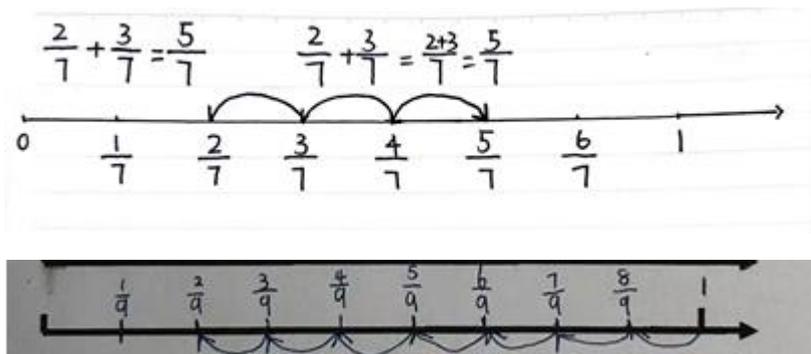
第一个问题：当计数单位是 $\frac{1}{9}$ 的时候， $\frac{8}{9}$ 里面有 8 个 $\frac{1}{9}$ ， $\frac{2}{9}$ 里面有 2 个 $\frac{1}{9}$ ，所以 $\frac{8}{9} > \frac{2}{9}$ 。

第二个问题：计数单位的数量都是 3 个，而计数单位 $\frac{1}{5}$ 比计数单位 $\frac{1}{7}$ 大，所以 $\frac{3}{5} > \frac{3}{7}$ 。

活动 3：分数的加减计算：

$$\frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \quad 1 - \frac{7}{9} =$$

准确理解和把握数射线上计数单位变化的规律后，再解决分数的加减问题学生就会觉得轻松。例如第一题：在数射线上，把 0-1 这段平均分成 7 份，每格是 $\frac{1}{7}$ ，计数单位就是 $\frac{1}{7}$ ，先找到 $\frac{2}{7}$ ，往右跳 3 个 $\frac{1}{7}$ ，跳到 $\frac{5}{7}$ ，结果就是 $\frac{5}{7}$ 。

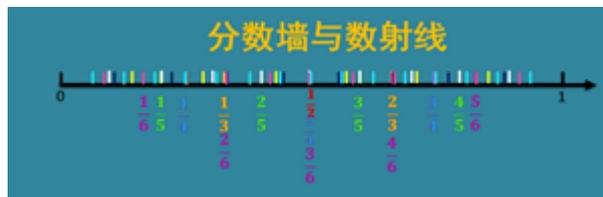


在解决过程中，学生经历了在数射线上准确定位分数时这里的一格表示几分之一，进一步明确计数单位是几分之一，再次深入体验到和自然数相比，计数单位发生变化。

4、观察对比，引导学生归纳总结加深学习理解。

在前期学习中，学生已经学习过借用分数墙来解决分数的大小比较以及加减的方法。本节课再指导学生用数射线来解决同样的问题，为了能够引导学生深入思考和感受，教师设计了问题反思环节，让学生通过讨论和表达，激发学生的思考。

师：既然有这么多种方法来解决这些分数的问题，特别是分数墙和数射线很相似，那今天我们为什么还要使用数射线呢？



引导学生观察、对比，学生们自己总结表达了利用数射线来解决分数问题的优势：

- (1) 在数射线上出现的分数可以直观地进行比较，不仅仅局限于同分母和分子；
- (2) 在数射线上做分数的加减可以更加直观地看到计算结果；
- (3) 在一条数射线上可以表示很多分数，可以表示比1小的分数，也可以表示比1大的分数；
- (4) 分数墙中的一条只能表示同一分母的分数，如果要表示不同分母的分数要另外叠加一条，不同分母的分数越多，这堵墙会越来越高，但是不同分母的分数却可以在一条数射线上表示。
- (5) 在数射线上表示分数没有局限性，可以表示出所有的分数，以后也可以表示所有的小数……

通过引导学生对所学不同知识之间的观察、对比与思考，尝试列举并归纳观点，不仅仅加深了学生对数射线解决分数问题的方法理解，初步建立起分数计算数学模型，还更深层理解了数形结合这一思想在数学学习中的优势。

5、延伸拓展，指导学生在问题解决中锻炼数学思维。

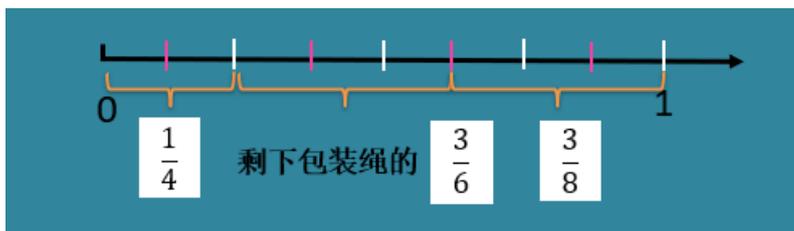
数学是为了培养学生理解与解释现实世界的思考方式的学科。要让学生能够在数学与现实世界之间建立起逻辑联系，需要从小学阶段就注重学生在问题解决过程中数学思维能力的

培养。为了对本节课学习效果进行反馈，也为了能够让学生进一步运用数形结合思想方法解决问题，在教学的最后环节做了如下设计：

拓展活动：

小胖、小巧、小亚要包装礼物，小胖需要整条包装绳的 $\frac{1}{4}$ ，他拿走了，小巧需要剩下包装绳的 $\frac{3}{6}$ ，那么，小亚能够拿到是整条包装绳的多少呢？

根据教学经验，通过列式解答的方法，会有不少学生在理解过程中出现偏差，甚至有部分学生会无从入手。而经过本节课前面部分的学习，学生自然会想到运用“数射线”来辅助解决问题。



将 0-1 这段线段看作为包装绳，将它平均分成四份（白色标注），然后取走它的 $\frac{1}{4}$ ，然后把剩下的包装绳平均分成 6 份（粉色标注），取走 $\frac{3}{6}$ 后，就能发现小亚能够拿到剩下包装绳的 $\frac{3}{8}$ ，也就是整条包装绳的 $\frac{3}{8}$ 。

借助“数射线”来直观地解决了问题，让学生再一次感悟了数形结合思想方法的便利性与有效性，有助于强化学生在今后解决同类问题时方法的迁移意识，促进学生数学思维的初步养成。

四、 结语

“数射线上的分数”教学是一次数形结合思想方法渗透，引导小学生学习的积极的尝试。借助形的直观表现，初步实现分数概念从“过程”到“对象”的转变，让学生体验分数知识可以从动手操作、观察实物中学习，帮助学生在观察、比较和归纳的过程中，不仅对分数这部分学科内容有了抽象的认识，还在数形结合方法的经历，初步尝试了建立分数计算数学模型来解决实际问题。在小學生数学教学中，有意识地进行数形结合方法的运用，帮助学生建立形和数的联系，有助于培养学生的数感，提高学生对数学知识的敏锐度。通过启发式的教学活动，激发学生的学习兴趣，促进小学生数学学习理解，提高学生分析解决数学问题的灵活性。

参考文献：

- [1]中华人民共和国教育部制定. 义务教育数学课程标准（2022 年版）[M]. 北京师范大学出版社，2022：1-10.
- [2]陈敏，张晶晶. 数形结合在初中数学教学中的重要作用[J]. 教育教学论坛，2018(07).
- [3]王永春. 小学数学与数学思想方法[M]. 上海：华东师范大学出版社，2014：7.
- [4]全美州长协会和首席州立学校官员理事会. 美国州际核心数学课程标准：历史、内容和实施[M]. 蔡金法等译. 北京人民教育出版社，2016.