高中数学学困生的专业诊断与个性化指导实验研究报告

上海市西南模范中学　肖伟

摘 要

数学学困生的转化是数学教育的一个重要方面，具有极强的现实意义。本文通过在一个正常教学班级里选择 7 名学困生进行分组实验研究，7 名对象为实验组，班级剩余同学为对照组，对这 7 名实验对象施加一段时间影响，比较三次关键考试中实验组和对照组的成绩，结果说明对学困生进行数学学习的专业诊断和个性化指导是有助于提高学困生的数学能力，缩小数学成绩上的差距，能对其学习数学的情感态度产生积极正向的影响。教师实施专业诊断和个性化指导现实可行，要求施教者具备专业的数学学科知识和相应的教育教学方法，其对不同的学生效果有差异。

正 文

一．问题的提出：

1.1 高中数学学困生的教育问题是教师的一大难题

学困生是学校教育中重点关注的问题，数学学科作为高中学习的重要学科，社会、学校、家庭三方面都很重视，数学学习直接影响了学生的升学，后续专业的发展，由此高中数学学困生转化研究具有普遍的现实意义。我校招收的生源并不是很好，高中学生的整体素质，特别是数学素质不高，但学校高中办学的宗旨是“低进高出”，所以我校对于对于学困生尤其重视，我们平常的数学教学就有很大一部分工作围绕“学困生”进行。但是日常教学活动中，很多的学生对学习数学态度消极，兴趣淡薄，缺乏信心。他们上课无精打采，厌倦作业，害怕考试，更缺乏独立思考和钻研的精神和能力，若任其发展下去，学生的数学成绩只会越来越差。面对这种情况，我们必须认真分析其原因，在教学中采取行之有效的策略，帮助学困生跟上学习进度，有力地做好转化学困生的工作，这对于推动学校

数学教育发展，提高学生的数学能力具有十分重要的现实价值。

1．2 本课题相关国内外研究现状综评

国外最早研究“学困生”这一问题的专家是摩根。赞科夫从情感、意志等特点分析差等生；布德威克、韦纳等人研究“学困生”的失败归因特征；罗杰斯的人本主义理论认为，“学困生”的实质是学习个体自信心缺乏与自我概念的消极；布鲁姆信为“学困生”学业成绩差的主要原因是由于教师不正确的学生观及不恰当的教学方法造成的等等。

在国内，二十世纪六十年代以后开始重视对“学困生”的研究。戴湘华，吴祥帧，王铁军，徐仁德等人对差生的心理特点进行了较为详细的经验型或分析型研究。钟启泉从国外差生研究的理论与实践成果为依据，从原因诊断的角度、治疗的角度、教学论和性格学分析的角度以及预防教育的角度，综合地考察差生问题，揭示现代差生概念的内涵，并提出相应的教学方略。

近年来，我国在“学困生”领域的研究已经进入一个新的阶段，研究的重点已从探讨学习困难儿童的特点及原因，转变到如何通过教育干预切实改善他们落后的学习状况，以便大面积提高我国义务教育质量上来，同时也在更加深入地探讨如何指导帮助学习困难儿童成功地迈入社会。为此，我国教育工作者从家庭教育、教育教学、学科教育、认知心理学等多领域入手，做了大量的干预研究，取得了显著的成效。前人的这些研究，为我们课题的开展提供了坚实的理论基础和实践基础。

日本教育学家北尾沦彦的研究表明，形成“学困生”的原因可分为三个层次。其中一次性直接因素有：学习活动的失败，基础学力的欠缺，学习方法和教学方法及内容的欠缺等。二次间接相关因素有：性格和智能结构的缺陷，如学习兴趣和学习动机的丧失。三次间接因素有：对学校、班级的不适应，对教师的消极态度等。苏霍姆林斯基认为“学困生”可分为三类。一类属于思维尚未“觉醒”的学生；第二类属于“天赋”面纱尚未揭开的学生；第三类属于“理解力差和头脑迟钝”的“学困生”。建构主义理论认为：学习活动不是由教师传递智能，而是学生根据外在信息通过自己的背景知识，建构自己知识的过程；它含有四个因

素：学生的背景知识；学生的情感；新知识本身蕴涵的潜在意义；新知识的组织与呈现形式。心理学理论有： “掌握学习”教育理论已被世界各国教育工作者接受，布鲁姆认为“如果提供了适当的学习条件大多数学生在学习能力学习速度进一步学习的机会等方面就会变的十分相似”。这里所说的学习条件就是指学生学习并达到掌握所学内容必须的学习时间，给予个别指导和全新学习的机会。

1.3 **核心概念的界定：**

1.3.1 **数学学习专业诊断**

本课题的数学学困生的专业诊断是指：任课教师从数学学习的角度对学习困难学生的实际状况作出客观判断的过程。主要包括两方面：

1.学困生学习表现特征：学法不当、兴趣低下、死记硬背、概念理解偏差、知识缺乏、成绩低下、操作缓慢、态度不端、思维呆板、狭窄肤浅、破网断链、持续困难等。

2.学困生分类：记忆障碍型，思维欠缺型，思想片面型，操作迟钝型。

1.3.2 个性化指导

依据不同学生的专业诊断，针对某个知识点上存在的某一问题进行深入地讲解，讲解过程中以提问为导向，不断发现问题解决问题，螺旋向上，将知识和方法以最简明的形式展示给学生，哪里不会补哪里，不拘于高中的知识，初中、小学的相关知识也扼要地进行补充，帮助学困生将这个知识点串联起来，形成相关知识点的一条链。

1.4 本课题研究假设

本课题的研究假设是：如果任课教师能够成功地对学困生进行专业诊断和有针对性的个性化指导，那么，就能够提高他们的学业成绩，并且对他们的数学学习能力和情感态度的发展产生积极正向的影响。

1.5 本课题研究的目的和意义

本课题研究的目的是：通过教学实践，验证上述研究假设的真实性，进而积

累成功经验，作出理性思辨，初步形成一种新的指导高中数学学困生转变的方式方法。

本课题研究的意义：1、促进数学学困生的数学学习。教师引导学困生基于自己的优势，主动生成短缺的短缺知识点，从而最大限度地整合数学知识点。这样，学困生能愉快地学习数学，并由学困生转化为合格生甚至优秀生。2、有利于学校教育质量的综合提高。新课改的主要目标就是要促进全体学生全面素质获得平衡发展。学困生优势培育强调促进全体学困生全面素质获得平衡发展，如果我们的设想与结果一致，则可以为高中新课程改革实践提供一定的经验，将对于整个高中新课程改革甚至整个基础教育阶段的型课程改革都有一定的推动作用。3、有利于公平教育实践。基础教育中歧视学困生的现象还有存在，忽视学困生教育的教育者也不乏其人，这种学校教育不公平现象必须杜绝。这样，学困生就不会掉队，可促进全体学生全面发展，学校教育自然公平。4、有助于社会发展。学生是国家的未来建设者，学困生的转化，不仅可以促进学困生能转化为合格生，还可以促进学困生多向异化，为社会输送次各个方面的人才材。

二、研究方法与过程

（1）研究方法：观察法、实验法

1.研究对象选定：选定班级 7 个学困生为实验对象作为实验组，这里选定的 7 名学困生是指学习态度良好，学习较为勤奋，但长期以来数学学习的能力和方法欠缺而导致数学学习困难的学生，班上剩余同学为对照组。通过对前测数据做统计学检验，研究对象与班级平均水平在数学上的学习表现有显著差异。

高一上期末考试成绩分析：

吴同学	孙同学	韩同学	傅同学	杨同学	沈同学	黄同学	样本均分：46.3
57	56	34	51	52	29	45	班级均分：55

通过单总体 t 检验，得到的 p 值为 0.0282 小于 0.05，所以样本均值相对于总体均值具有显著性差异。

高一下阶段考试（期中测）成绩分析：

吴同学	孙同学	韩同学	傅同学	杨同学	沈同学	黄同学
44	30	32	41	28	32	43

样本均分：35.7

班级均分：43.8

通过单总体 t 检验，得到的 p 值为 0.0038 小于 0.01，所以样本均值相对于总体均值具有极显著性差异。

2. 自变量的操控：主要通过做小卷子（学生作业的一部分，实验组和对照组都会做）的形式来进行实验，对实验组对象存在的问题进行专业诊断和个性化指导。做题过程中，对学生认知现状进行分析（从数学核心素养入手），依据数学老师的专业诊断并给出个性化的指导，针对某个知识点上存在的某一问题进行深入地讲解，讲解过程中以提问为导向，不断发现问题解决问题，螺旋到底，将知识和方法以最简明的形式展示给学生，哪里不会补哪里，不拘于当前学习的知识，高中之前的内容，甚至初中、小学的相关知识也扼要地进行补充，帮助学困生将这个知识点串联起来，形成该知识点的一条链。持续关注学生的反馈，结合学生的表现（作业和考试情况以及回答问题的状况）再诊断、再指导并分析前次指导的得失，通过不断循环上述过程，对实验组施加影响。

3.因变量测定：1.实验组成绩与对照组成绩的差异；2.对于数学学习的情感态度变化

4.无关变量控制：班级全体上课仍然保持针对“中等学生水平”的一致性；其它教学手段、练习内容一致。

（2）研究过程

沈同学基本情况分析

基础资料	1． 性格温和，和老师学生之间的关系良好，身体健康，表达交流较好。 2． 初中数学较弱，中考数学成绩低于入校均分，数学学习自信心不强，但是学习态度较好。 3． 数学课上表现沉默，不喜欢回答问题，做题慢，思维常受阻，作业书写认真工整，解题死板，多进行简单的模式套换，不灵活，数学成绩低下。家长反映在家学习效率低下，经常一个题目耽误很长时间，表现出很郁闷的样子。
家庭情况	1. 平时在学校住宿，学习环境和时间都可以保证 2. 家庭情况良好，父母关心学生的学习，也愿意付出时间和精力陪伴。
初步观察和诊断	害怕数学，不愿动脑思考，理解肤浅，对于简单模仿性的练习还行，遇到有一定难度的问题，理解起来有困难，愿意和同学交流数学问题，也能主动问老师，希望得到老师的帮助、表扬，对老师要求记住的，死记硬背，对于一些数学问题的思考过程，不知从何入手，浏览一遍了事，并未纳入自己的认知结构，不知道寻求适合于数学特点和自己个性的学习方法，对自己缺乏信心，作业能按时按质完成，学习态度比较认真，但欠主动，积极性不高。经过一个学期的观察、分析认定他为智力型学困生----思维缺欠型。

诊断与个性化指导的循环过程（部分）：
1. 使函数 $y=3-\cos\frac{x}{2}\left(x\in R\right)$ 取得最小值的 x 的集合是 学生错误分析：正余弦函数的图形混淆，函数主体分析错误；学生没有整体思想，

换元转化思想薄弱。

师：这个函数最小值是由谁决定的？

生：由 x 决定。

师：是如何决定的，这个函数是哪些我们学过的函数复合出来的

生：余弦函数

师：余弦函数是 $y=\cos x$，这个函数明显不是一样的形式啊

生：哦，那就是把 $\cos x$ 看成一个整体

师：对，你这个想法很好，我们如果把 $\cos\frac{x}{2}$ 看做一个整体 t，那么这个函数就变成了 $y=3-t$，其中 $t=\cos\frac{x}{2}$，那么我们就可以看做一个关于 t 的函数了，那么这个函数是个什么函数？

生：一次函数

师：能得到这个一次函数的最大值和最小值吗？这个 t 的范围能知道吗？

生：$t\in[-1,1]$，那最大值就是 4，最小值就是 2

师：什么时候取到这个最小值呢？

生：$t=1$

师：那我们要填的答案是写 t=1 吗，这个题目的本身有 t 吗？ 最后的答案和这个 t=1 有什么直接联系呢？

生：写的是 x 的范围，t=1 就是 $\cos\frac{x}{2}=1$

师：是的，那么问题就转化为找出所有符合 $\cos\frac{x}{2}=1$ 的 x，那么 x 需要满足什么条件呢？

生：$\frac{x}{2}=\frac{\pi}{2}+2k\pi$，即 $x=\pi+4k\pi$

师：先表扬你一下，你这里考虑问题还是到位的，知道把$\frac{x}{2}$当做一个整体来思考，但是你把余弦函数和正弦函数的图形搞混了，你把正弦函数图形和余弦函数图形都画出来看看。

生：（学生画出正弦函数图形，但是余弦函数图形顿了一会，没有下笔）正弦是$\frac{x}{2}=\frac{\pi}{2}+2k\pi$，余弦应该是错的。

师：那你知道余弦和正弦的联系吗？ $\sin\left(x+?\right)=\cos x$，结合诱导公式想一下

生：$\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)=\cos x$

师：那么余弦函数图形如何通过正弦函数图像变化得来呢？试着画一下余弦函数图形。（学生还是不会画）如果我们令$f\left(x\right)=\sin x,那么f\left(x+\frac{\pi}{2}\right)=\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$，从$f\left(x\right)\to f\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$图形是如何变化的。

生：向左平移$\frac{\pi}{2}$个单位（学生顺利画出余弦图形）

师：那么你结合图形，看看这道题目最终 x 应该怎么取值

生：$\frac{x}{2}=0+2k\pi$，即$x=4k\pi$

师：你理一理，把这个题目的解题思路给我讲一下。

生：把$\cos\frac{x}{2}$看做一个整体，由于是$y=3-\cos\frac{x}{2}$，所以最小值就是$\cos\frac{x}{2}$最大时取到得，此时$\cos\frac{x}{2}=1$，然后利用余弦函数图形去寻找符合条件的 x。

师：那你说说看，你之前做错这道题的主要原因出在哪里？

生：没有换元，没有画图，把正余弦函数搞混了。

师：很好，把这些东西记下来，今天回去就把正余弦函数图形和性质再复习巩固一下。

学生情况诊断：三角比的相关知识运用不灵活，余弦函数的图像和性质没掌握，三角函数的主体知识没形成网链，换元转化的数学思想方法呆板，不能主动地去分析题目。指导内容：讲解对应知识点，帮助学生链接三角主体知识结构，引导学生将题目分解转化为可以操作的各个小问题，带领学生感受数学解题中换元转化的数学思想方法。

2. 求函数 $y=\sin x-\cos x$ 的值域。

学生做法“ $y=\sin x-\cos x=\sqrt{2}\sin(x+\varphi), y\in\left[-\sqrt{2},\sqrt{2}\right]$ ”

师：先肯定一下，你这个题目答案是对的，做法也没有问题，但是不是很精确，这个φ具体是多少呢？

生：$\varphi=\dfrac{\pi}{4}$，但是我觉得这个题目我不求出φ也解决了这个问题啊。

师：你先告诉我问什么$\sin x-\cos x=\sqrt{2}\sin(x+\dfrac{\pi}{4})$， $y=\sqrt{2}\sin(x+\varphi), y\in\left[-\sqrt{2},\sqrt{2}\right]$的原因是什么？

生：我觉得$\sin x$和$\cos x$前面的系数是一样的，那不就是$\dfrac{\pi}{4}$吗？ $\sin(x+\varphi)$的范围是$\left[-1,1\right]$，所以$y\in\left[-\sqrt{2},\sqrt{2}\right]$

师：我们先解决第一个问题，你把$\sin(x+\varphi)$看做一个整体，利用整体换元的思想得到 y 的范围，这是值得肯定的，但这里面$\sin(x+\varphi)$的范围是$\left[-1,1\right]$的前提是$x+\varphi$可以取到全体实数，那你想想看$x+\varphi$，具体范围是什么，这个范围和φ有关吗？

生：φ不知道，那么这个范围也不确定，那么$\sin(x+\varphi)$的范围是$\left[-1,1\right]$也不确定了

师：其实这是因为你对为什么$\sin x-\cos x=\sqrt{2}\sin(x+\dfrac{\pi}{4})$这个知识没有理解，你只是知道这回事，就在套用公式，其实我们对于任意$a\sin x+b\cos x$的形式都可以将两个三角比

的和合成一个三角比，我们利用两角和差的正余弦公式即可，那你回顾一下两角和的正弦公式，说给我听听。

生：$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$

师：那你把这个公式逆向地看，它是不是多个三角比合成了一个三角比，比如 $\sin x-\cos x$，你能把 $\sin x$ 看做是公式中的 $\sin\alpha$，$\cos x$ 看做是公式中的 $\cos\alpha$，那么我们可以把什么看做 $\cos\beta$ 和 $\sin\beta$

生：$\cos\beta=1$，$\sin\beta=-1$

师：那你看看能不能找得到这样的 β，为什么

生：不对，没有这样的 β，因为他们的平方和不为 1，那怎么办呢，是不是就用不了这个公式了？

师：我们可以提取一个 $\sqrt{2}$，这样 $\sin x-\cos x=\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\sin x-\frac{\sqrt{2}}{2}\cos x\right)$，那你看，我们可以把谁看做 $\cos\beta$ 和 $\sin\beta$ 了？

生：$\cos\beta=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$\sin\beta=-\frac{\sqrt{2}}{2}$，这样就可以找到 β（想了一段时间，学生觉得 β 并不好找，通过计算器找到了 $\beta=-\frac{\pi}{4}$

师：（先肯定他找得是对的）其实我们可以利用 $\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$ 这个公式的逆用，这样 $\cos\beta=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$\sin\beta=\frac{\sqrt{2}}{2}$，你是不是很容易找到 $\beta=\frac{\pi}{4}$，这个公式叫做辅助角公式，两角和差公式的逆用，不能拘泥于 $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$，我们可以根据具体的题目合理的选择四个两角和差的正余弦公式中的一个。此外对于任意的 $a\sin x+b\cos x$，我们如何用公式呢，能把 $\cos\beta=a$，$\sin\beta=b$ 吗？为什么呢？

生：这个应该不可以吧，因为并不能保证$a^2+b^2=1$，借鉴之前的做法，我觉得应该提出一个什么东西出来。

师：（肯定他的思考），如果$a^2+b^2=1$那么我们就可以直接令$\cos\beta=a$，$\sin\beta=b$，如果$a^2+b^2\neq 1$，那么我们$a\sin x+b\cos x=\sqrt{a^2+b^2}\left(\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\sin x+\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}\cos x\right)$，你看能把什么看做看做$\cos\beta$和$\sin\beta$，为什么？

生：$\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}=\cos\beta,\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}=\sin\beta$，因为不论$a,b$为何值$\left(\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\right)^2+\left(\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}\right)^2=1$

师：$a\sin x+b\cos x=\sqrt{a^2+b^2}\left(\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\sin x+\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}\cos x\right)=\sqrt{a^2+b^2}\sin\left(x+\varphi\right)$，其中$\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}=\cos\varphi,\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}=\sin\varphi$，这个公式叫辅助角公式，它最大的作用是把两个一次的三角比合成一个三角比。那么回到题目中去，这个$y=\sin x-\cos x=\sqrt{2}\sin(x+\varphi)$里面$\varphi$是确定的值。那么这里$x$的范围是什么，$x+\varphi$具体范围是什么呢？$\sin(x+\varphi)$的范围是$\left[-1,1\right]$吗？

生：x属于全体实数，φ是确定的值，所以$x+\varphi$属于全体实数，$\sin(x+\varphi)$的范围$\left[-1,1\right]$是对的。

学生情况诊断：辅助角公式没掌握，两角和差的正余弦公式使用呆板，换元的思想方法流于表面，逻辑推理的能力欠缺。指导内容：引导学生将辅助角公式和之前三角比中两角和差的正余弦公式做积极联系，感受这两块知识内部统一性，帮助学生构建完善三角函数相关知识网链结构，通过对具体结论进行盘根究底式地探求，让学生感受到逻辑推理在数学中的应用的重要性。

3. 当$x\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$时，求函数$y=\sqrt{3}\sin x+\sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right)$的值域。

生：学生前面运算到 $y=2\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$，$t=x+\frac{\pi}{6}$，$x\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$，$\sin t\in[-1,1]$

师：$\sin t\in[-1,1]$ 一定成立吗？这里面对 t 的范围有要求吗？

生：$t\in R$

师：那 $t\in[0,2\pi]$ 可以吗？这个题目里面 t 是怎么来的，它的范围是由谁决定的？

生：可以的，$t=x+\frac{\pi}{6}$，t 的范围是由 x 决定的，$x\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$，那么 $t\in\left[-\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3}\right]$

师：那么 $\sin t$ 范围是 $[-1,1]$ 吗？它的范围怎么求呢？

生：不是，$\sin t\in\left[\sin(-\frac{\pi}{3}),\sin\frac{2\pi}{3}\right]=\left[-\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right]$ 范围应该是把 $t\in\left[-\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3}\right]$ 代进去，$\sin t\in\left[\sin(-\frac{\pi}{3}),\sin\frac{2\pi}{3}\right]=\left[-\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{\sqrt{3}}{2}\right]$

师：那为什么 $t\in\left[-\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3}\right]$，就有 $\sin t\in\left[\sin(-\frac{\pi}{3}),\sin\frac{2\pi}{3}\right]$，它的原理是什么呢？

（学生想不出来）

师：我们根据什么知识可以由自变量的范围得到函数值的范围？具体是函数的什么性质？

函数的单调性

师：那么 $y=\sin t$ 在整个 R 上是单调函数吗？你看它的函数图形是一个什么样的图，它一直往上走吗？它如果要单调的话具体需要什么限制呢？

生：不是，它在某些区间单调

师：那么题目里 $t\in\left[-\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3}\right]$ 时，它是单调的吗？怎么判断它在这个区间的单调性呢？

结合 $y=\sin t$ 的图形去思考一下，把 $y=\sin t$，$t\in\left[-\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3}\right]$ 的这部分图形在整个图形中标示出来。

生：哦，不是单调的，它拐弯了

师：那么 $y=\sin t$，$t\in\left[-\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3}\right]$ 时最大值、最小值怎么看呢？

生：函数的最高点和最低点找到就可以了，$\sin t\in\left[-\frac{\sqrt{3}}{2},1\right]$，所以原函数的值域为 $\left[-\sqrt{3},2\right]$

师：首先肯定的是你做这个题的主体思路是对的，通过换元把题目转化为熟悉的模式，这是一个巨大的成功。这个题目你做错主要原因在两个方面：一是换元之后没有找准新元的范围，你没有关心新元和旧的变量之间的关系，二是你想当然的以为 $y=\sin t$ 它就是一个单调递增的函数，直接就通过代入端点就解决了这个问题。通过这题你要感受到两个基本的数学思想：一是换元之后一定要确定新元的范围，因为后续解题你都是围绕新元去展开了，通常这个新元的范围是由之前的自变量范围决定的；二是一定要养成画图的习惯，不能简单地去代入，要一题一个函数图，注重数形结合。

学生情况诊断：函数相关知识的应用混乱，对于函数单调性的理解存在误区，函数值域的认识有偏差，之前对于换元方法的指导并没有起到很好的效果，学生只学会了换元法的皮毛，对于数学换元的操作机械，不了解数学换元的实质。讲解函数单调性、值域的概念，并建立之间的联系，帮助学生利用单调性和图形去寻找值域，让学生感受到换元的主要目的和思想方法本质。

三、实验结果与分析

3.1 实验结果

通过不断循环上述过程(持续一个月)，7 名实验对象中有 5 名在期末考试(全区统考，试卷信度较高)中有显著提高，7 人的均分相对于全班均分无显著差异，7 名实验对象中 4 名同学对于数学学习的情感和态度积极向上改变。

吴同学	孙同学	韩同学	傅同学	杨同学	沈同学	黄同学	样本均分：61.9
63	71	35	53	84	67	60	班级均分：64

通过单总体 t 检验，得到的 p 值为 0.36 大于 0.05，所以样本均值相对于总体均值没有显著性差异。

孙祎杨对于个性化指导的反思（做小卷子）：

在数学上，我依稀记得高一刚入学时的第一次数学测验，我是女生中成绩垫底的，虽然那是我自知自己的基础差，考这个分数很正常的但在内心里还是有些不服输的。今年又因为疫情的关系，导致不能开学，我们只能在网上进行线上的学习，毕竟是线上学习，没有老师的监督，自己本身还是有些惰性的，在数学方面并没有进行认真的学习，可躲得了初一，躲不了十五，开学的日子还是很快来临了，因为网课没有认真听的关系，重新恢复上课时，对于老师讲的那些数学题也只是在平时的作业中有所耳闻，但对于解题往往是一窍不通，即使在上课时有认真听讲和做笔记，以为自己会做这种类型的题，但在考试中却只考了二十多分，因为分数过差的关系，我们开始做小卷子，小卷子上的题大多为基础题，而且规定了要在中午之前做完，平时在写学校作业的时候，像我这样数学不是很好的，肯定不会愿意在学校里写数学作业，但因为小卷子规定了时间，迫使我们在学校里写起数学题。刚开始做第一张小卷子的时候，对于二十多分的我来说，虽然是一些基础题，但还是有许多自己不会做的，但在通过老师的讲解和同学的帮助下，我了解了这一类型的题目解法，包括在上课的认真听讲，这对于我的帮助都是十分大的，渐渐的在做小卷子的过程中，我发现自己做小卷子的速度变快了，正确率也提高了不少。高一下的内容大多是三角，所以背公式还是十分重要的，这也是做题的前提和基础，公式没背出来，题肯定也就做不出来。在最后的期末考试中我的数学取得了一个不错的好成绩，这其中肯定也少不了做小卷子给我带来的帮助，纵观整个数学期末卷，其实还是基础题战大部分，通过小卷子的练习，我已经能很好的掌握并且做对这些题，难题也是有的，虽然自己做对的几率不大，但还是要去尝试，毕竟难题也是会需要依靠基础知识的。在我看来，小卷子在一定基础上可以提高同学们对基础题的掌握，做到在考试中能拿分的基础题一定拿

到，在考试中不失分，但也不要一心只靠小卷子，上课的认真听讲其实才是最重要的。我认为小卷子可以在考试前给同学们练习一下，进行考试突击，我们也可以通过小卷子清楚的认识到自己在基础题上是否有问题，或是在哪一类型的题目上有问题，可以在考前将这些问题一一解决。但在平时也要认真对待数学作业，不能马虎瞎做。要对数学有警惕性，其实在数学的学习过程中，我发现数学其实并没有我刚进入高中时想得那么的难，其实在循序渐进的学习过程中，你会发现数学其实还是挺简单的，只要用心就一定可以学会，数学好像也不是那么讨厌的一门学科了……

孙同学对于个性化指导的反思（做小卷子）：

记得在第一学期末时，我的数学成绩并不理想，期末考试也只有 51 分。到了第二学期，我的数学成绩更加糟糕，从未及格过。因为疫情积攒了太多不理解的知识点，老师也想方设法地帮我们，最终在期末考前的一个月，老师决定让我们这些基础较差的同学做额外的“小卷子”。

“小卷子”的难度不高，都是基础训练；量不多，一天也就十道题左右，但每道题都包含了一个知识点。一开始做时，因为知识点都了解得一知半解，往往都是只知道一点怎么做，但总是做不到正确答案。因为我习惯把过程直接写在卷子上，所以遇到做错时，可以直接拿着过程问老师或者同学哪步做错了，而不是抄别人的过程应付了事，并没有搞懂自己做错的、不会的点。有的时候答案怎么也算不对，一道题要往办公室跑三四次，往往没耐心要再重做一遍又一遍时，都会告诫自己再细心算一算、检查一下。

随着做的卷子数量的增加，我做题目越来越熟练，速度越来越快，做题也越来越有自信。做小卷子也锻炼了我的独立思考能力，不像一开始时拿到题目一点思路都没有，直接寻求帮助，而是会将自己能想到的过程都写下来，向着答案凑。

因为期末考试是区统考，多少会有些担心，题目的难度、类型都是未知的。慌归慌，因为要复习其他科目，我也没时间攻克难题，于是我只抓了基础，弄懂小卷子上的每一道题。也亏老师们押题挺准，最终只凭借着基础在期末考中取得了不错的成绩，71 分。

因为这次的大捷，让我对数学学习有了自信，也不再像以前那么抵触、不愿意思考。

小卷子对我最大的帮助就是让我养成了做每道题都会经过思考后，找出不会的点，不懂就问、直到弄懂的好习惯。

3.2 实验结果分析

类似于表格中对沈同学施加的影响，完成整组实验。作为一个辅导学困生经验丰富的老师，笔者做出专业诊断并给予学生以个性化的指导，持续关注学生的反馈，结合学生的表现（小卷子和考试情况以及回答问题的状况）分析之前指导的得失，再诊断、再指导。

3.2.1 数学素质的改变

通过对这 7 名实验对象一段时间的专业诊断和个性化辅导，老师帮助学生弥补了一部分知识上的漏洞，强化了相关数学知识的网链结构，学生对于相关数学知识的理解和运用有了长足的进步。这中间的大部分学生的运算能力、数形结合能力有了一定的提高，初步摆脱了凭自我感觉做数学的不良习惯，感受到逻辑推理在数学学习中的重要作用，基本掌握了数学换元的简单方法，提高了数学换元转化的能力，为接下来的高中数学学习奠定了较好的知识、技能、思想上的基础。

3.2.2.数学学习上自我效能感的提升，情感、态度的转变

学生由于经常和老师打交道，他们习惯了去解决数学问题，渐渐学会了如何去发现自己的问题，如何去寻求解决问题方式、方法，通过这次成绩的提升，他们愿意主动去亲近数学老师，不再逃避、抵触数学。这些成功的经历可能比相关知识地学习，成绩的提升对于实验对象的帮助更大。

实验对象的反思中显示他们对于数学学习的自信心有了显著的提高，他们对今后实现数学上特定目标所具有的自身能力上的信念有了很大的增强。这个过程说明了他们并不是因为自身能力的原因而导致之前的数学学习困难，那么今后再遇到这些困难和挫折时，这些实验对象坚持的力度可能会更强、付出的努力可能会更多。

四、讨论

4.1 专业诊断与个性化指导可行性分析

对学困生进行专业诊断与个性化指导是学校教学的补充，这种教育教学活动不需要额外的条件，正常教学即可。

4.1．1．学校层面可行性：学困生的转化有助于学校教育质量的提高，学校对于学困生转化工作的支持不遗余力，对于各方面的需求都会尽量满足。

4.1.2．家庭层面可行性：学困生家长通常会想尽一切办法来提高学生的数学成绩，对于有助于自己孩子数学素养提高的研究都愿意尝试。

4.1.3．学生层面可行性：学困生自身总是希望能够提高数学成绩，缩小与正常学生的差距，当有机会时总是愿意配合的。

4.2 专业诊断与个性化指导差异性分析

实验结果显示，针对实验对象实施影响后，效果分成三类：两位孙同学和沈同学成绩进步十分显著，对于数学学习的情感态度明显改善，这 3 个同学归为 A 类；吴同学和黄同学成绩有一定进步，数学学习的积极性有提高，这两个同学归为 B 类；傅同学和韩同学成绩几乎没有进步，但也没有再退步，对数学学习的情感态度仍然偏负面，这两位同学归为 C 类。

4.2．1． A 类同学成绩显著提升分析

这三位同学由于性格较温和，学习习惯和态度较好，对于老师布置的非笔上作业完成较好，踏实地对于每一个不太理解的知识点都能认真思考，积极主动地将自己的问题在老师的引导下暴露出来，进而去解决掉，较为成功的完成了相关知识的查漏补缺。另外，由于这三位同学在学习上的意志品质较好，老师平时根据学生的具体情况，结合“最近发展区”的教育原理，会给他们一些“跳一跳就能够得上”问题，鼓励他们自己尝试着独立完成，通过解决这些“跳起来就能够着”的问题，他们的数学能力得到了一定程度的发展。由于这三位同学在实验过程中表现较好，老师经常表扬和鼓励他们，他们由此更愿意主动地靠近数学老师，通过在数学学习上获得的成就感，强化学习数学的积极性，明显改善了数学学习的情感态度。进入高二后，笔者没有对沈同学进行个性化指导，该生数学成绩又回到了之前的水平，

但该生对于数学成绩的归因不再认为是自己能力上的不足，而是认为进入高二后数学学习不如高一勤奋、专注，精力不能全部集中在数学上。

4.2.1. B 类同学成绩提升分析

这两位同学性格较好，平时老师的批评也能接受，布置的任务会认真完成，对于不是很理解的知识点能够认真对待，老师讲解后基本可以领悟，知识结构的完善方面较为成功。但是，老师布置的一些思考问题不大会深入地去想，一些“跳一跳就能够得上”问题缺乏独立思考，总是想着从老师和同学那得到一些提示，在实验过程中数学知识的运用能力相较于 A 类同学提高不大。由于在数学活动中并没有很显著的提升进步，成就感不强，但是由于和之前相近水平的同学相比成绩有所提高，所以对于数学学习的态度有正向的改变。进入高二后，这两位同学成绩基本在班级均分以上，学习数学的自信和积极性持续改善。

4.2.1. C 类同学成绩无明显提高分析

韩同学的情况和傅同学基本类似，这两位同学学习数学的方法只求记忆，只要结果，完成任务的心态很重，对于不会的知识点没有积极主动地去思考，只是被动地接受老师的讲解，很多题目都是生搬硬套以往同类问题的模式，对于新的问题没有分析问题的习惯和能力，在进行个性化指导的过程中，老师对于她们数学学习的方式方法转变上没有起到很好的效果，相关知识的查漏补缺效果并不明显。基于此，老师对于她们的要求低于实验组其他五位同学，“跳一跳就能够得上”的问题她们基本无法完成，所以数学能力的提高微乎其微。此外，傅同学对于数学的学习有着很深的负面情绪，之前对于和数学老师对话都会紧张、害怕，由于该同学比较敏感，老师在对她进行个性化指导时言语较为含蓄，有些要求难以布置下去。虽然这两位同学成绩没有明显提高，但她们感受到了老师的关心，知道老师没有放弃她们，对于数学老师的情感增进了许多，通过最后阶段的观察和谈话，傅同学对于数学老师的抵触感明显降低，能够心态轻松地和数学老师沟通了，这对于该生之后的数学学习奠定了一个好的基础。傅同学进入高二后成绩略有起色，交流下来该生对于数学学习不再抵触，认为通过努力，数学还是可以学出来的，更重要的是她不再惧怕数学考试，认为再差的成绩也可以接收，这样反而放下了包袱，数学学习和考试的心态也都正常了。

4.3 实施专业诊断与个性化指导的要求

4.3.1 实施专业诊断与个性化指导对于教师的专业要求

对学困生实施专业诊断与个性化指导对于教师的专业要求主要集中在三个方面，一是教师要对学困生的心理特征有正确的认识，能在共性的特征上把握住不同学困生的心理特点；二是要对学生中学数学知识学习发生发展过程有着深入的研究，能够分析诊断出学生数学知识和能力上的不足并给出有效的指导；三是要能够熟练掌握各种教学方法和技巧，针对不同类型的学困生选择合适的方式方法。

4.3.2 实施专业诊断与个性化指导对于学生的要求

作为实施对象的学困生要身体正常，学习态度良好，学习较为勤奋，但长期以来数学学习的能力和方法欠缺而导致数学学习困难的学生

五、结论：

对高中学困生实施专业诊断与个性化指导确实能有助于他们学业成绩的提升，还可以对他们的数学能力、数学学习的情感态度等方面的发展产生积极正向的影响，但是实施这种专业诊断和指导是有条件的，它需要实施者具有专业的数学学科知识和相关的教育教学手段，并且能针对不同的学生结合具体的知识点合理有效地进行诊断和指导。

【参考文献】

[1]张奠宙，宋乃庆. 数学教育概论.高等教育出版社.2009.1

[2]喻平.数学教学心理学.北京师范大学出版社.2010.1

[3]杜玉详，赵继超，魏立平，马晓燕. 数学差生问题研究.华东师范大学出版社. 2003

[4]**戴湘华, 王铁军. 差生的心理特点与教育问题**[J]. **江苏教育**. 1980

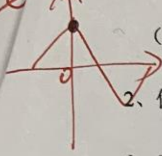
[5] 钟启泉.差生心理与教育[M]. 上海教育出版社,1994

附件：

沈同学小卷子：

三角针对性练习（1）　　　　　　　　姓名 沈昊　学号 C21

1、（1）使函数 $y=\sin x\cos x\ (x\in R)$ 取得最大值的 x 的集合是 $\{x|x=\frac{\pi}{4}+k\pi,k\in Z\}$



（2）使函数 $y=3-\cos\frac{x}{2}\ (x\in R)$ 取得最小值的 x 的集合是 $\{x|x=\pi+4k\pi,k\in Z\}$　$\{x|x=4k\pi,k\in Z\}$

$\cos\frac{x}{2}=1$，$\cos t=1$，$\frac{x}{2}=2k\pi$

$m^2+2m\in[-1,1]$

2、使 $m^2+2m-\sin x=0\ (x\in R)$ 成立的实数 m 的范围是 $m\in[-1-\sqrt{2},\sqrt{2}-1]$

3、若 MP 和 OM 分别是角 $\frac{7\pi}{6}$ 的正弦线和余弦线，则（ C ）

A、MP<OM<0　B、OM>0>MP　C、OM<MP<0　D、MP>0>OM

4、求下列函数的定义域

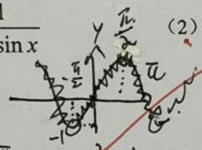
（1）$y=\frac{1}{1+\sin x}$

$1+\sin x\neq 0$

$\sin x\neq -1$

$x\in\{x|x\neq 2k\pi-\frac{\pi}{2},k\in Z\}$

$x\in(2k\pi-\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{3}{2}\pi),k\in Z$

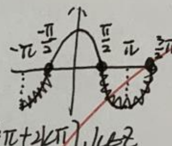


（2）$y=\sqrt{-2\cos x}$

$-2\cos x\geq 0$

$\cos x\leq 0$

$x\in[\frac{\pi}{2}+2k\pi,\frac{3}{2}\pi+2k\pi],k\in Z$

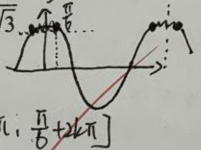


（3）$y=\sqrt{2\cos x-\sqrt{3}}$

$2\cos x-\sqrt{3}\geq 0$

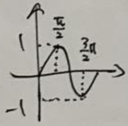
$\cos x\geq\frac{\sqrt{3}}{2}$

$x\in[-\frac{\pi}{6}+2k\pi,\frac{\pi}{6}+2k\pi]$



5、求下列函数取得最大值和最小值时的 x 的集合，并求出最大值、最小值

（1）$y=2-\sin x$



令 $\sin x=t\in[-1,1]$

$\therefore t=-1$ 时，$y_{max}=3$，$x\in\{x|x=-\frac{\pi}{2}+2k\pi,k\in Z\}$

$t=1$ 时，$y_{min}=1$，$x\in\{x|x=\frac{\pi}{2}+2k\pi,k\in Z\}$

（2）$y=3\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)$

$2x-\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{2}+2k\pi$

令 $t=2x-\frac{\pi}{3}$ $\therefore \sin t\in[-1,1]$

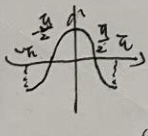
则 $y=3\sin t\in[-3,3]$

$\therefore y_{max}=3$ 时，$t=1$，$x\in\{x|x=\frac{5}{12}\pi+k\pi,k\in Z\}$

$y_{min}=-3$ 时，$t=-1$，$x\in\{x|x=\frac{\pi}{12}\pi+k\pi,k\in Z\}$

$2x-\frac{\pi}{3}=\frac{3}{2}\pi+2k\pi$　$x\in\{x|x=\frac{11}{12}\pi+k\pi,k\in Z\}$

（3）$y=3-2\cos\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)$



令 $\cos t=1$　y_{min}

$2x-\frac{\pi}{4}=\pi+2k\pi \therefore x\in\{x|x=\frac{5}{8}\pi+k\pi,k\in Z\}$

$\cos t=-1$，$y_{max}=5$，$x\in\{x|x=\frac{3}{8}\pi+k\pi,k\in Z\}$

$2x-\frac{\pi}{4}=2k\pi\Rightarrow x\in\{x|x=\frac{\pi}{8}+k\pi,k\in Z\}$

$\cos t=1$，$y_{min}=1$，$x\in\{x|x=\frac{7}{8}\pi+k\pi,k\in Z\}$

（4）$y=\sin x+\cos x$

$y=\sqrt{2}\sin(x+\frac{\pi}{4})$　令 $t=x+\frac{\pi}{4}$

$\therefore \sin t\in[-1,1]$

$\therefore \sin t=-1$，$y_{min}=-\sqrt{2}$，

$x\in\{x|x=\frac{5}{4}\pi+2k\pi,k\in Z\}$

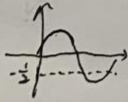
$\sin t=1$，$y_{max}=\sqrt{2}$

$x\in\{x|x=\frac{\pi}{4}+2k\pi,k\in Z\}$

（5）$y=\cos^2x-\sin x$

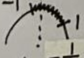
$y=1-\sin^2x-\sin x$

$=-\sin^2x-\sin x+1$



令 $\sin x=t\in[-1,1]$

$y=-t^2-t+1$



$t=-\frac{1}{2}$

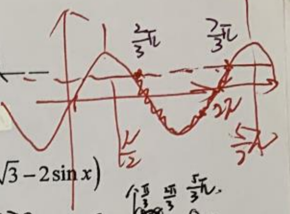
$t=\sin x=-\frac{1}{2}$ 时，$y_{max}=\frac{5}{4}$

$x\in\{x|x=2k\pi-\frac{\pi}{6},k\in Z\}$　$x\in\{x|x=\frac{7}{6}\pi+2k\pi,k\in Z\}$

$t=\sin x=1$ 时，$y_{min}=-1$

$x\in\{x|x=2k\pi+\frac{\pi}{2},k\in Z\}$

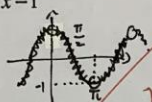
三角针对性练习(2)　　　　班级 高一(4)班 姓名 沈昊



1. 求函数的定义域

(1) $y=\dfrac{(\cos x+1)^0}{\cos x-1}$

$\begin{cases}\cos x-1\neq 0\\ \cos x+1\neq 0\end{cases}$



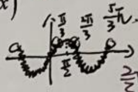
$\therefore \begin{cases}\cos x\neq -1\\ \cos x\neq 1\end{cases}$ $\therefore x\in(k\pi,\pi+k\pi),k\in Z$

$x\neq k\pi$

(2) $y=\log_2\left(\sqrt{3}-2\sin x\right)$

$\sqrt{3}-2\sin x>0$

$\sin x<\frac{\sqrt{3}}{2}$



$\frac{2}{3}\pi-\frac{\pi}{2}=\frac{\pi}{6}$

$\therefore x\in(\frac{2}{3}\pi+2k\pi,\frac{5}{3}\pi+2k\pi),k\in Z$

$x\in[\frac{2}{3}\pi+2k\pi,\frac{7}{3}\pi+2k\pi),k\in Z$

2. 求下列函数的值域

(1) $y=2-\cos x$

$\cos x\in[-1,1]$

$\therefore y_{max}=2+1=3$

$y_{min}=2-1=1$

$\therefore y\in[1,3]$

(2) $y=\cos^4 x-\sin^4 x$

$y=(\cos^2x+\sin^2x)(\cos^2x-\sin^2x)$

$=\cos 2x$

$\therefore y\in[-1,1]$

(3) $y=\sqrt{3}\sin x+\cos x$

$y=2\sin(x+\frac{\pi}{6})$

$\because \sin(x+\frac{\pi}{6})\in[-1,1]$

$\therefore y\in[-2,2]$

(4) $y=\sin x-\cos x$

$y=\sqrt{2}\sin(x+\varphi)$

$\because \sin(x+\varphi)\in[-1,1]$ $\sin(x-\frac{\pi}{4})$

$\therefore y\in[-\sqrt{2},\sqrt{2}]$

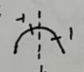
(5) $y=\cos^2 x-\sin x+2$

$y=1-\sin^2x-\sin x+2$

$=-\sin^2x-\sin x+3$

令 $t=\sin x\in[-1,1]$

$\therefore y=-t^2-t+3$



$t=-\frac{1}{2}$ 时, $x\in\{x|x=\frac{5}{6}\pi+2k\pi,k\in Z\}$

$y_{max}=\frac{13}{4}$

$t=1$ 时, $x\in\{x|x=2k\pi+\frac{\pi}{2},k\in Z\}$

$y_{min}=1$

$\therefore y\in[1,\frac{13}{4}]$

(6) $y=\sqrt{3}\sin 2x-2\sin^2 x$

$y=\sqrt{3}\sin 2x-\frac{(1-\cos 2x)\cdot 2}{2}$

$=\sqrt{3}\sin 2x-(1-\cos 2x)$, $2\sin(2x-\frac{\pi}{6})-1$

$=\sqrt{3}\sin 2x-\cos 2x-1=2\sin(2x+\varphi)-1$

$\because 2\sin(2x+\varphi)\in[-1,1]$

$\therefore y\in[-3,1]$

(7) $y=\dfrac{2\cos x-1}{2\cos x+1}$

$y=\frac{2\cos x+1-2}{2\cos x+1}$

$=1-\frac{2}{2\cos x+1}$

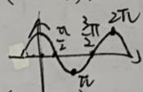
$\because \cos x\in[-1,1]$

$\therefore \cos x=1$ 时, $y_{min}=\frac{2}{3}$

$\cos x=-1$ 时, $y_{max}=2$

$\therefore y\in[\frac{2}{3},2]$

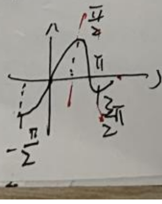
3、$y=\cos\left(2x-\dfrac{\pi}{4}\right)$ 的最小正周期为 π，单调增区间是 $[\frac{5}{8}\pi+k\pi,\frac{9}{8}\pi+k\pi],k\in Z$



$2x-\frac{\pi}{4}\in[\pi+2k\pi,2\pi+2k\pi]$

4. $y=\sin\left(\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{1}{2}x\right)$ 最小正周期为 4π，单调减区间是 $[\frac{\pi}{8}+k\pi,\frac{5}{8}\pi+k\pi],k\in Z$

$[\frac{\pi}{2}+4k\pi,\frac{5}{2}\pi+4k\pi]$



$\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{4}\in[\frac{\pi}{2}+2k\pi,\frac{3}{2}\pi+2k\pi]$

$\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}\geq\frac{\pi}{2}+2k\pi$

$\frac{x}{2}\geq\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{4}+2k\pi=\frac{\pi}{4}+2k\pi$

$x\geq\frac{\pi}{2}+4k\pi$

$\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}\leq\frac{3}{2}\pi+2k\pi$

$\frac{x}{2}\leq\frac{3}{2}\pi-\frac{\pi}{4}+2k\pi=\frac{5}{4}\pi+2k\pi$

$x\leq\frac{5}{2}\pi+4k\pi$

三角针对性练习(3)

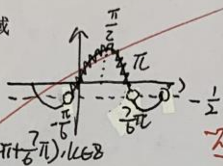
班级 高一14 姓名 沈昊

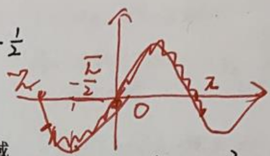
1. 求函数 $y=\frac{1}{\sqrt{2\sin x+1}}$ 的定义域

$2\sin x+1>0$

$\sin x>-\frac{1}{2}$

$\therefore x\in(2k\pi-\frac{\pi}{6},2k\pi+\frac{7}{6}\pi),k\in Z$





2、求 $y=\frac{1}{2}\sin^2 x+\cos^2 x+\frac{\sqrt{3}}{4}\sin 2x, x\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$ 的值域

$y=\frac{1}{2}(\sin^2x+\cos^2x)+\frac{1}{2}\cos^2x+\frac{\sqrt{3}}{4}\sin 2x$

$=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1+\cos 2x}{2}+\frac{\sqrt{3}}{4}\sin 2x$

$=\frac{\sqrt{3}}{4}\sin 2x+\frac{1}{4}\cos 2x+\frac{3}{4}$

$=\frac{1}{2}\sin(2x+\frac{\pi}{6})+\frac{3}{4}$

令 $t=2x+\frac{\pi}{6}$ $\therefore y=\frac{1}{2}\sin t+\frac{3}{4}$

$\because x\in[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$

$\therefore t\in[-\frac{5\pi}{6},\frac{7\pi}{6}]$　$\sin t\in[-1,1]$

$\therefore y\in[-1,1]$　$y\in[\frac{1}{4},\frac{5}{4}]$

3.已知 $\tan 2\theta=-2\sqrt{2}, 2\theta\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$，求 $\frac{2\cos^2\frac{\theta}{2}-\sin\theta-1}{\sqrt{2}\sin\left(\theta+\frac{\pi}{4}\right)}$

原式 $=\frac{\frac{2(1+\cos\theta)}{2}-\sin\theta-1}{\sin\theta+\cos\theta}$

$=\frac{\cos\theta-\sin\theta}{\sin\theta+\cos\theta}$

$=\frac{1-\tan\theta}{\tan\theta+1}$

$\because 2\theta\in(\frac{\pi}{2},\pi)$　$\therefore \theta\in(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2})$

$\because \tan 2\theta=-2\sqrt{2}$

$\therefore \frac{2\tan\theta}{1-\tan^2\theta}=-2\sqrt{2}$

$\therefore \tan\theta=\sqrt{2}$ 或 $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\because \theta$ 是第一象限角

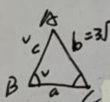
$\therefore \tan\theta=\sqrt{2}$

原式 $=\frac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}$

$=2\sqrt{2}-3$

$\sin A=\sin(B+C)$

4、在三角形 ABC 中，已知 $\tan B=\sqrt{3},\cos C=\frac{1}{3},AC=3\sqrt{6}$，求三角形的面积。



$\because \tan B=\sqrt{3}$　$\therefore B=\frac{\pi}{3}$　$\therefore \sin B=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore A+C=\pi-\frac{\pi}{3}=\frac{2}{3}\pi$

$\because \cos C=\frac{1}{3}$，C是第一象限角　$\therefore \sin C=\frac{2}{3}\sqrt{2}$

$\therefore c=\frac{b}{\sin B}\cdot\sin C=\frac{3\sqrt{6}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}\cdot\frac{2}{3}\sqrt{2}=8$

$\frac{b}{\sin B}=\frac{3\sqrt{6}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=6\sqrt{2}$

$\sin A=\sin(B+C)=\sin B\cos C+\cos B\sin C=\frac{\sqrt{3}}{6}+\frac{\sqrt{2}}{3}$

$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}\cdot3\sqrt{6}\cdot8\cdot\frac{\sqrt{3}+2\sqrt{2}}{6}=8\sqrt{3}+6\sqrt{2}$

5. 求函数 $y=2\sqrt{3}\sin x\cos x-2\sin^2 x$ 的单调增区间

$y=\sqrt{3}\sin 2x-2\cdot\frac{1-\cos 2x}{2}$

$=\sqrt{3}\sin 2x+\cos 2x-1$

$=2\sin(2x+\frac{\pi}{6})-1$

$2x+\frac{\pi}{6}\in[2k\pi-\frac{\pi}{2},2k\pi+\frac{\pi}{2}]$

$\therefore x\in[k\pi-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{6}+k\pi],k\in Z$ 单调递增

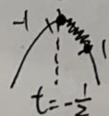
6. 设函数 $y=\cos^2 x-\sin x+b+1$ 的最大值为 0，求（1）b 的值；（2）函数的最小值。

$y=1-\sin^2x-\sin x+b+1$

$=-\sin^2x-\sin x+b+2$

令 $t=\sin x\in[-1,1]$

$\therefore y=-t^2-t+b+2$



(1) $t=-\frac{1}{2}$ 时 $y_{max}=0$

即 $b+2-\frac{1}{4}+\frac{1}{2}=0$

$b=-\frac{9}{4}$

$\therefore y=-t^2-t-\frac{1}{4}$

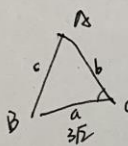
(2) $t=1$ 时 $y_{min}=-\frac{9}{4}$

三角针对性练习(4)　　　　　　班级 高一(4)班 姓名 [illegible]

1. 已知 $\cos\theta=-\frac{3}{5}$，$\theta\in(\pi,\frac{3}{2}\pi)$，则 $\cos(\theta-\frac{\pi}{3})=$ $-\frac{3+4\sqrt{3}}{10}$

$\sin\theta=-\frac{4}{5}$　　三　　$\frac{1}{2}\cos\theta+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\theta$

2. 在△ABC 中，若 $a=3\sqrt{2}$，$\cos C=\frac{1}{3}$，$S_{\triangle ABC}=4\sqrt{3}$，求边 b



$\therefore \sin C=\sqrt{1-\cos^2 C}$

$=\frac{2\sqrt{2}}{3}$

$b=2\sqrt{3}$

$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ab\sin C$

$4\sqrt{3}=\frac{1}{2}\cdot 3\sqrt{2}\cdot\frac{2\sqrt{2}}{3}\cdot b$

3、当 $x\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$ 时，求函数 $y=\sqrt{3}\sin x+\sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right)$ 的值域。

$y=\sqrt{3}\sin x+\cos x$

$y=2\sin(x+\frac{\pi}{6})$

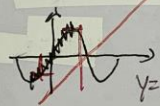
令 $t=x+\frac{\pi}{6}$

$\therefore y=2\sin t$

$\because x\in[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$

$\therefore \sin t\in[-1,1]$

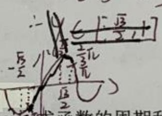
$\therefore y\in[-\sqrt{3},\sqrt{3}]$



$y=\sin t$

$\because x\in[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$

$\therefore t\in[-\frac{\pi}{3},\frac{2}{3}\pi]$ $\Rightarrow \sin t\in[-\frac{\sqrt{3}}{2},1]$



$y\in[-\sqrt{3},2]$

4、函数 $y=\sqrt{3}\cos\left(\frac{3\pi}{2}+2x\right)+\cos^2 x-\sin^2 x$，求函数的周期和单调递增区间

$y=\sqrt{3}\sin 2x+\frac{1+\cos 2x}{2}-\frac{1-\cos 2x}{2}$

$=\sqrt{3}\sin 2x+\cos 2x$

$=2\sin(2x+\frac{\pi}{6})$

$T=\left|\frac{2\pi}{2}\right|=\pi$

$2x+\frac{\pi}{6}\in[-\frac{\pi}{2}+2k\pi,\frac{\pi}{2}+2k\pi]$ ↑

$\therefore x\in[k\pi-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{6}+k\pi]$ 单调递增

$k\in Z$

5、已知函数 $y=\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)+\sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)+\cos x+a$，求（1）求出该函数的所有对称轴；

（2）若 $x\in\left[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right]$ 时 $f(x)$ 的最大值为 1，求 a 的值

$y=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x+\frac{1}{2}\cos x+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x-\frac{1}{2}\cos x+\cos x+a$

$=\sqrt{3}\sin x+\cos x+a$

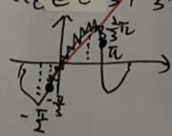
$=2\sin(x+\frac{\pi}{6})+a$

(1) 对称轴：$x+\frac{\pi}{6}=k\pi+\frac{\pi}{2}$

$x=\frac{\pi}{3}+k\pi,k\in Z$

(2) 令 $x+\frac{\pi}{6}=t$　$\because x\in[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$

$\therefore t\in[-\frac{\pi}{3},\frac{2}{3}\pi]$　$\therefore \sin t\in[-\frac{\sqrt{3}}{2},1]$



$\because f(x)_{max}=1$

$\therefore \sin t=1$ 时，$a+2=1$

$a=-1$

三角针对性练习(5)　　　班级 高一(4) 姓名 沈晨

1. 已知，$\cos\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)=\frac{3}{5}$，求 $\sin 2\alpha$

$\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\alpha+\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\alpha=\frac{3}{5}$

$\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{3}{5}\sqrt{2}$

$\sqrt{2}\sin(\alpha+\frac{\pi}{4})=\frac{3}{5}\sqrt{2}$

$\sin(\alpha+\frac{\pi}{4})=\frac{3}{5}$

$\therefore \sin\alpha+\cos\alpha=\frac{3}{5}\sqrt{2}$

$\therefore \sin^2\alpha+\cos^2\alpha+2\sin\alpha\cos\alpha=\frac{18}{25}$

$\therefore \sin 2\alpha=\frac{18}{25}-1=-\frac{7}{25}$

2. 已知函数 $f(x)=\sin^2 x-\sin^2\left(x-\frac{\pi}{6}\right)$，$x\in\mathbf{R}$.

$\sin^2\alpha=\frac{1-\cos 2\alpha}{2}$

(1) 求 $f(x)$ 最小正周期；　(2) 求 $f(x)$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{4}\right]$ 上的值域.

(1) $f(x)=\frac{1-\cos 2x}{2}-\sin^2\alpha$

$=\frac{1-\cos 2x}{2}-\frac{1-\cos 2\alpha}{2}$

$=\frac{1}{2}(\frac{1}{2}\cos 2x+\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x-\cos 2x)$

$=\frac{1}{2}(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x-\frac{1}{2}\cos 2x)$

$=\frac{1}{2}\sin(2x-\frac{\pi}{6})$

(2) 令 $t=2x-\frac{\pi}{6}$

$\therefore y=\frac{1}{2}\sin t$

$\because x\in[-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{4}]$

$\therefore t\in[-\frac{5}{6}\pi,\frac{\pi}{3}]$

$y\in[-\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{4}]$

3. 在△ABC 中，已知 $AB=2$，$AC=3$，$A=60°$.

(1) 求 BC 的长；　(2) 求 $\sin 2C$ 的值.

(1) $a=\sqrt{b^2+c^2-2bc\cos A}$

$=\sqrt{9+4-2\cdot 3\cdot 2\cdot\frac{1}{2}}$

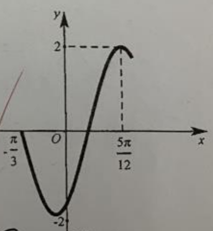
$=\sqrt{7}$

(2) $\sin C=c\cdot\frac{\sin A}{a}=2\cdot\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{21}}{7}$

$\therefore \cos C=\frac{2\sqrt{7}}{7}$

$\sin 2C=2\sin C\cos C=2\cdot\frac{\sqrt{21}}{7}\cdot\frac{2\sqrt{7}}{7}=\frac{4\sqrt{3}}{7}$

4. 函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,-\frac{\pi}{2}<\varphi<\frac{\pi}{2}\right)$ 的部分图象如图所示，



求 $f(x)$ 的解析式

$A=2$　$\omega=2$

$T=\frac{\pi}{4}\cdot 4=\pi$

$\therefore T=\left|\frac{2\pi}{\omega}\right|=\pi$

$\therefore f(x)=2\sin(2x+\varphi)$

$\because \varphi\in(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2})$

$\therefore \varphi=-\frac{\pi}{3}$

$\therefore f(x)=2\sin(2x-\frac{\pi}{3})$

5. 已知函数 $f(x)=\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)\sin x-\sqrt{3}\cos^2 x$

(1) 求 $f(x)$ 的最大值和此时对应的 x；(2) 讨论 $f(x)$ 在 $\left[\frac{\pi}{6},\frac{2\pi}{3}\right]$ 上的单调性.

(1) $f(x)=\cos x\cdot\sin x-\sqrt{3}\cdot\frac{1-\cos 2x}{2}$

$=\frac{1}{2}\sin 2x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos 2x-\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=\sin(2x+\frac{\pi}{3})-\frac{\sqrt{3}}{2}$

$f(x)=\sin(2x-\frac{\pi}{3})-\frac{\sqrt{3}}{2}$

$y_{max}=\frac{2-\sqrt{3}}{2}$，$x=\frac{5}{12}\pi$

(2) $\because x\in[\frac{\pi}{6},\frac{2\pi}{3}]$