

# 素养导向下教学方式的变革

## ——以“14.2（1）三角形的内角和”教学为例

谭越云

（上海市南洋模范初级中学）

**【摘要】**新课标提出数学课程要培养学生的核心素养，本文以“三角形的内角和”这一课为例，从情境引入，问题驱动，迁移应用和反思小结四个环节来分析素养导向下教学方式的变革。从原先的实验操作为主向简化课堂操作，利用旧知来自主分析问题转变；由教师讲授为主转向学生探究表达为主，教师采用有指向性的提问启发点拨和适时提炼归纳，起到画龙点睛的作用。

**【关键词】**：素养导向，三角形内角和，教学变革

### 一、引言

传统的数学教学注重对知识点的讲解和对习题的训练。而在《义务教育数学课程标准（2022年版）》目标设定中明确了学科核心素养的导向，提出了会用数学的眼光观察现实世界，会用数学的思维思考现实世界，会用数学的语言表达现实世界的“三会”素养目标<sup>[1]</sup>。本文尝试以初中数学“三角形的内角和”的教学为例，打破传统的教学方式，在教学设计的不同环节进行创新和变革，构建“四化”课堂。这样的课堂不仅有助于学生知识的积累，更能培养他们的数学思维、数学方法和数学能力等综合素养，以达到培养终身学习的能力。

### 二、教学分析

#### （一）单元内容分析

三角形的内角和是沪教版教材七年级第二学期第十四章“三角形”的内容。第十四章三角形的单元教学是在学生在小学阶段对三角形已有直观认识的基础上进行学习，是学生进一步探索学习其他几何图形性质的基础。本章的学习处在从实验几何向论证几何的过渡期间，学生不仅能有效获得新的数学知识，也逐步增强推理意识，感受几何论证并进行应用。从研究几何图形的一般观念：几何图形-图形组成元素-元素之间的特殊关系（数量关系、位置关系）来进行研究。

#### （二）课时内容解析

学生在小学阶段对三角形已有直观地认识，本节课是在小学通过度量或剪拼的实验操作的基础上，进阶到对其进行严格的说理，体会小学几何学习和初中几何学习的区别。在探究三角形内角和性质的过程中，领会数学说理的方法和必要性，提高其空间观念及逻辑推理能力；能利用所学知识解决简单几何问题和实际问题。所获得的研究几何图形的基本方法：定义-表达-分类-性质-判定-应用，对以后探究其他几何图形的性质乃至今后进一步学习数学具有重要的意义。

#### （三）课时目标定位

基于学生已经具备了一定的学习经验，本节课以学生自主探究为主，再结合单元课时内容分析，现将本节课的素养目标定位为：

(1) 经历小学与初中对比学习“三角形内角和为  $180^\circ$ ”的学习过程，体会直观感知与理性思考的联系和区别，体会演绎推理的意义和作用；

(2) 经历添加辅助线分析与解决“三角形内角和的性质”问题的过程，体会转化的数学思想，提升理性精神；

(3) 应用三角形内角和的性质来解决数学与实际问题的，提升逻辑表达能力，体会建模思想。

#### (四) 教学流程设计

本节课教学流程的框架如图所示：



### 三、素养导向下的教学环节设计的转变

#### (一) 关注课堂引入，激发学习起点

##### 1.1 数学情境引入，形成知识之间的关联

从研究几何图形的一般思路提出问题，建立“研究几何图形一般从它所构成的元素及相关元素出发”的观念，帮助学生搭建知识框架和研究方法。本节课就以问题：“初中阶段我们学习了三角形的哪些知识呢？”入手，设计学生活动 1：回顾三角形的知识，梳理研究三角形的路径和方法（如图 1）。学生通过回忆得到：三角形的定义，三角形的基本元素有边和角，三角形的分类。基于之前学习研究了三边关系后，马上会想到这节课要研究三角关系，形成知识与知识的关联。

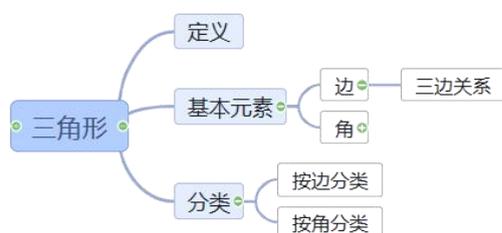


图 1

传统教学中，以提问式回顾之前所学知识点，不提供思维导图，学生的知识点仍是零碎拾起，那么复习回顾的意义就微乎其微。素养导向下的教学设计，应从知识走向观念，更有系统性结构性的逻辑链支撑。

##### 1.2 生活情境引入，建立数学与生活的联系

数学课堂往往多以生活情境引入，本节课活动 2 的设计：完成三角形的拼图游戏：这里有 6 块木板，你能配出几个三角形呢？（如图 2）。一位同学上来拼的过程中，其他同学会为他出谋划策，也有同学说出不用拼。教师顺势请同学讲一讲不用拼的理由，引出小学中所学过的“三角形内角和等于  $180^\circ$ ”这一性质并追问：“小学里是如何得到三角形内角和等于  $180^\circ$  的呢？”学生会想到剪拼或度量。那么现在初中阶段由实验几何过渡到论证几何，要对结论进行严格的证明。揭示本节课的重点：探究如何进行说理证实三角形内角和等于  $180^\circ$ 。

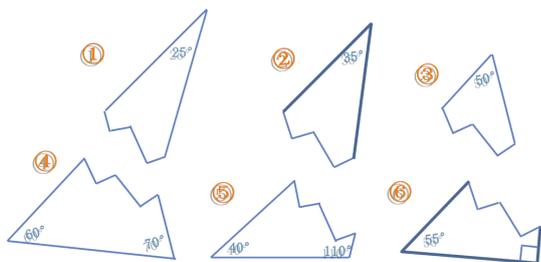


图 2

活动 2 的设计既从游戏角度，激发学生兴趣，活跃课堂气氛；又从数学角度，这个游戏可以不拼而直接配对，由真实情境抽象出数学问题，用数学问题解决实际问题。培养学生会用数学思维思考现实世界，用数学语言表达现实世界。通过回忆小学的几何学习内容与实验操作的方法，体会直观感知与理性思考的联系与区别，对同一个结论，不同的研究方法，从实验到严格说理的过渡。不过值得关注的是数学教学的生活情境引入，不能为了联系生活而导致脱离生活，情境引入必须要体现实际生活的真实性，这样学生才有代入感，体会数学学习的必要性。

## （二）关注问题驱动，促使学习发生

对于本节课，传统教学方式是由学生在课堂上用剪拼或折叠法等进行操作，在操作的过程中，发现角的位置变化，再通过角转移前后角两边与三角形的位置关系得到辅助线的添法，再进一步思路探究和梳理。现在转变后的教学方式则是简化课堂操作，充分利用课堂时间，站在学生的立场上思考学生的起点如何带领他们提升自主分析问题的能力。

本节课基于“由  $180^\circ$  你联想到哪些知识点？”的问题，让学生联想旧知：平角、同旁内角和邻补角来解决新知，得到三种解决问题的思路，体会几何演绎的思想和方法。有了思路后，学生自己率先尝试利用已有知识来解决这个问题：已知：如图， $\angle A, \angle B, \angle C$  是  $\triangle ABC$  的三个内角，说明  $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ （如图 3）。给予学生充分的探究时间，并请学生展示她所作的辅助线（如图 4）。



图 3

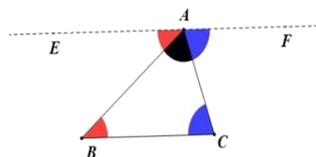


图 4

师：你添了一条怎样的辅助线？

生：平行于 BC 的直线。

师：怎么想到添这条线？

生：构造一个平角。

师：现在哪三个角和为  $180^\circ$ ？

生： $\angle EAB$ 、 $\angle BAC$  和  $\angle FAC$ 。

师：为什么想到构造平行线？

生：利用平行线的性质：两直线平行，内错角相等。

师：发现其中  $\angle B$ 、 $\angle C$  是三角形的两个内角，那么现在这两个角怎么样了？

生： $\angle B$  挪到了  $\angle EAB$  的位置， $\angle C$  挪到了  $\angle FAC$  的位置。

教师归纳：通过构造平角把三角形分散的三个内角转移到了一起，实质是借

助平行线的性质实现了角的转移。

教师通过层层递进的问题链，启发学生解决一个个具有内在关联的问题，关注课堂生成，促使学习发生。教师的每一个问题的指向都要明确，重视学生在课堂上逻辑思维的发展，培养空间想象能力、推理能力等核心素养。

第一种思路方法采用提问式启发，以此为例，继续探究有无其他不同的思路。第二种利用同旁内角（如图 5）来解决问题则主要让学生来进行表达，关注数学表达，发展表达归纳能力。针对不同层次的学生，在巡视时进行点拨，适当的引导学生利用旧知来解决新知，鼓动学生寻找多种方式，领会转化的本质——把三角形分散的三个内角和转化  $180^\circ$  的基本图形上。

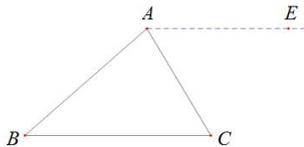


图 5

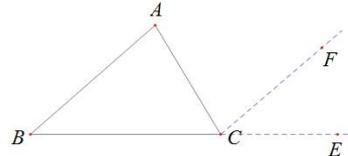


图 6

第三种利用邻补角的思路方法（如图 6），则也以学生表达为主，教师在旁适当点拨。

生：延长 BC 至点 E，过 C 作  $CF \parallel AB$ 。

师：为什么延长 BC？

生：构造  $\angle BCA$  的邻补角， $\angle BCA + \angle ACE = 180^\circ$ 。

师：我们的目标是什么？

生： $\angle A + \angle B + \angle ACB = 180^\circ$ 。

师：现在达到目标了吗？

生：利用平行线，内错角相等，把  $\angle ACE$  分解成两个角。

三种思路都得到后，由学生谈谈体会，归纳得到探究思路：由  $180^\circ$  联想旧知—构造  $180^\circ$  的基本图形（如图 7）（方法是添加平行线来实现角的转移）—证实三角形内角和等于  $180^\circ$ ，体现了数学的化归思想。在学生梳理的过程中，感悟数学思想方法和培养逻辑表达能力。



图 7

### （三）关注课堂反馈，提升学习深度

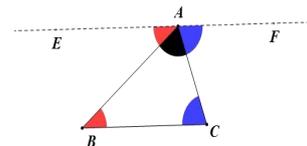
在师生的共同讨论下，知道了研究几何问题的一般思路和方法，接下去则需要把思路转变为说理过程。以第一种方法为例：

解：过点 A 作  $EF \parallel BC$

$\therefore \angle 1 = \angle B, \angle 2 = \angle C$ （两直线平行，内错角相等）

$\therefore \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$ （平角的意义）

$\therefore \angle B + \angle 2 + \angle C = 180^\circ$ （等量代换）



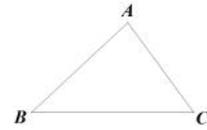
通过推理证明了三角形内角和等于  $180^\circ$ ，让学生经历用文字和数学符号归纳数学现象。得到几何说理中的三种表达方法：文字语言，图形语言，和符号语言。

文字语言：三角形内角和等于  $180^\circ$

符号语言： $\because \angle A, \angle B, \angle C$  是  $\triangle ABC$  的三个内角（已知）

$\therefore \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ （三角形内角和等于  $180^\circ$ ）

图形语言：



教师的作用不仅仅是教授知识本身，而是培养学生从方法到思维的生成，在教学过程中，时刻关注学生学习状况，由他们的回答、表情、自主完成问题解决的情况等多个方面来把握学生的学习难点和兴趣点，来进行有效地教学方式的调整，从而提升学习深度。当然，教师在设计教学之前，除了研究原有学生的知识体系，还要研究学生原有的思维认知，在这样的背景下，才能有的放矢真正的培养学生数学思维。

#### （四）关注问题解决，促进学习迁移

##### 4.1 数学情境的变式迁移

在性质证明的探究过后，关注学生对性质的掌握程度，提升学生的知识内化与迁移能力。

例 1：在  $\triangle ABC$  中，已知  $\angle B = 35^\circ$ ， $\angle C = 55^\circ$ ，求  $\angle A$  的度数，并判断  $\triangle ABC$  的形状。

例 1 的设计，是和情境引入配对游戏的其中一个三角形的数据相匹配，目的是回顾小学的算术方法： $180^\circ - 35^\circ - 55^\circ = 90^\circ$ ，而现在初中阶段，利用三角形内角和这一性质定理，要更严谨地进行说理。通过小学的运算方法和初中的说理论证的强烈对比，感悟数学表达的严谨性和体验几何结论严格化的过程。

例 2：在  $\triangle ABC$  中，已知  $\angle A : \angle B : \angle C = 1 : 2 : 3$ ，求  $\angle A$ ， $\angle B$ ， $\angle C$  的度数。

例 2 的设计，是在例 1 的基础上，进一步提升了难度，三个内角的度数都不知道的情况下，如何利用所学性质来解决问题。此题渗透了方程思想，根据已知条件设元。注意先由性质写一步推理过程，然后列方程。

##### 4.2 生活情境的变式迁移

例 3：如图，武康大楼（C 点）在南模初（A 点）的北偏东  $20^\circ$  方向，武康大楼（C 点）在衡山公园（B 点）的北偏西  $50^\circ$  方向。问从武康大楼（C 点）看南模初（A 点），衡山公园（B 点）两点的视角  $\angle ACB$  是多少度？（如图 8）



图 8

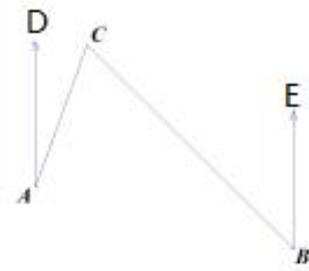


图 9

传统教学中，接下去是应用性质解决大量的习题，以达到训练和“应试”。而例3的设计，引入了与学生息息相关的情境问题，带领学生先分析题干信息，把题目中的信息“北偏东 $20^\circ$ ”、“北偏西 $50^\circ$ ”转化成数学元素。再用启发式的问题：“方向角隐含了两线的什么位置关系？”引导学生思考，发展数学建模观念。这道题实质就是“已知： $AD \parallel BE$ ， $\angle DAC = 20^\circ$ ， $\angle EBC = 50^\circ$ ，求 $\angle ACB$ 的度数。（如图9）”

此题解法多元，其中一个解法（如图10）：通过构造三条平行线，利用内错角相等，实现角的转移与分解可以反过来证明三角形内角和的性质。另一解法（如图11）：联结AB，利用本节课所学，回到三角形本质，在三角形中求一个内角，就是要知道其他两个角的和，再利用整体代换解决问题。课堂上介绍两种方法，课后学生仍可探索更多解法。体会“实际问题-建立模型-解决问题”的过程。与引入相呼应，感悟数学与生活密不可分。从兴趣激发到情感滋养，觉得数学有用，能解决实际问题，激活学生思维。

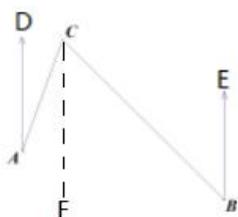


图 10

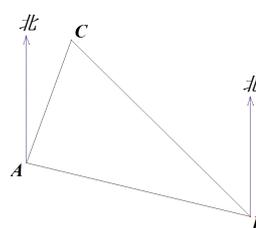


图 11

例题不在于量多，而在于精。这三道例题的设计是由浅入深，难度层层递进。从最基础的定理应用，规范说理到方程思想解决几何问题，逐步提升到实际问题的解决，实现从知识到方法再到思维的提升。

## （五）关注课堂回顾，重视学习反思

### 5.1 信息压缩，形成过程化反思

“数学素养”就是运用数学思维方式去认识问题、解决问题，它往往要与数学活动联系在一起。所以通过活动过程的回顾，以小图展现整节课的ppt（如图12），情景化回顾本节课的学习，再由学生表达这节课的收获与体会，这一过程就会顺理成章，学生也会自然而然的表达个人的体会，而不是上来就直接死板的提问“整节课你的收获是什么？”。

#### 四、回顾过程，反思小结



图 12

### 5.2 知识同化，完成结构化反思

在回顾整节课的研究方法中，积累活动经验，让学生对几何学习有系统化、整体化、结构化的认知。在原有度量剪拼的基础上，通过联系旧知，转移角的位置，成功获得了解决问题的思路，这对于学生来说是经历了从直观感受到理性思考逻辑表达的一个飞跃。回顾这一研究思路，实现知识的同化，掌握知识间的结构联系、思路迁移、方法借鉴等，在学生表达梳理中，形成系统的知识网（如图 13）。

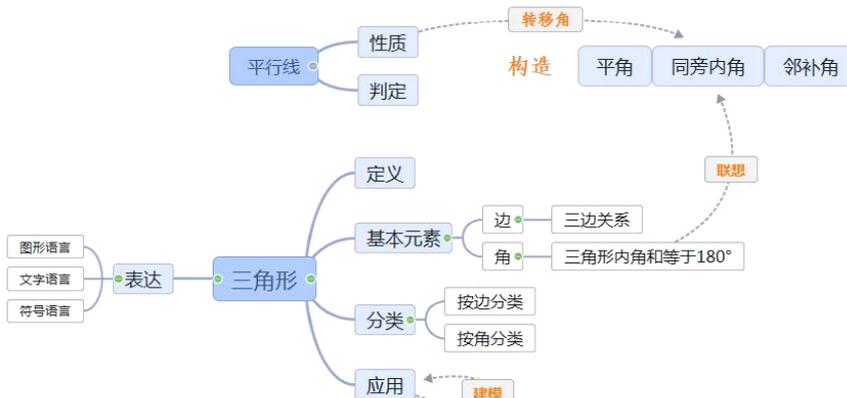


图 13

## (六) 回顾反思，从学习整理到学习延展

### 6.1 作业设计，串联并延伸课堂学习

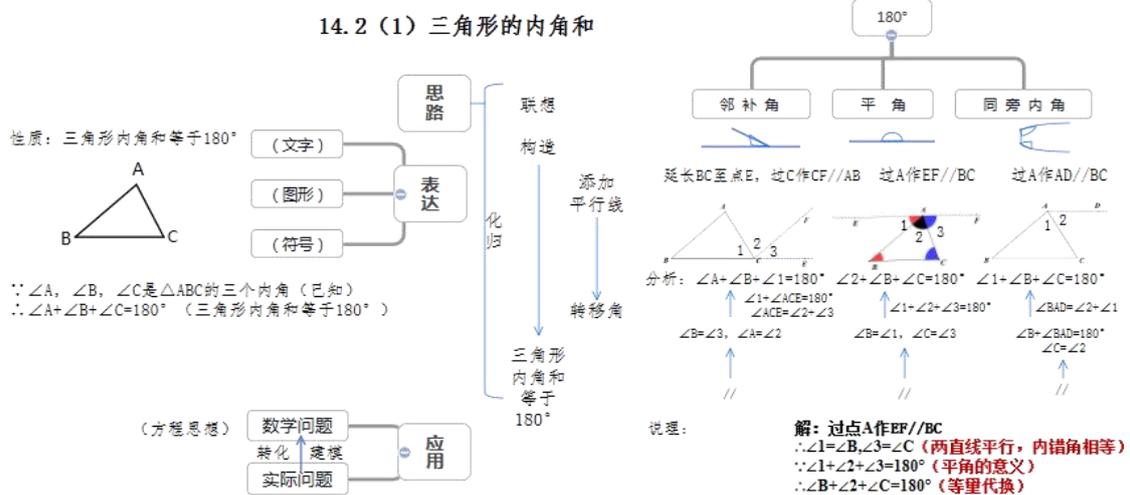
作业设计除了常规题，加入了课堂里留有的思考作业，如：在课堂上，师生一起书写了利用平角来证明三角形内角和的性质的说理过程，剩下两种思路的说理过程则由学生在课后完成；例 3 的证明方法有多解，课上时间原因只介绍了其中两种，课后思考用不同的方法来解决例 3。

还有思想方法的延伸：在学习证明了三角形内角和的性质之后，研究其他几何问题也可以借鉴这样的思路和研究角度，课后请同学用同样的方法探究四边形五边形，甚至 n 边形的内角和。

采用分层次的作业布置，体会课前，课中，课后的联系，使课内外有机统一。第一部分基础类作业，旨在巩固课堂学习内容和对学习效果进行了解；第二部分

课堂延伸,在课堂上因时间原因未完成的任务延伸到课后,学习的连贯性的体现;第三部分思维的拓展,类比三角形内角和的性质的探究方法,延伸拓展到n边形内角和,检验学生对思路和方法有无真正掌握。

## 6.2 板书设计,结构化呈现知识方法思维



传统的板书设计只是知识零散的呈现,现在则由逻辑进行串联,可以直观看到本节课的重难点:研究新问题的思路,定理的表达和性质的应用以及其中所体现的数学思想。不仅仅呈现了知识,更重要的是方法和思维,打通学生零碎知识点的壁垒。

结构化的板书有助于学生获得结构化的认识。由于单元教学较为注重知识的联系、方法的迁移<sup>[2]</sup>,因此板书的设计一定要注意知识的整体性,要将旧知与新知相联系,帮助学生建立较完善的知识体系。将研究思路、方法、数学思想等通过板书展示给学生,帮助他们积累经验,有利于思路和方法的类比迁移。

## 四、结语

学生方面,从传统的考知识点到考能力到考解决问题的能力最后到考解决陌生复杂开放的真实问题;教学方面,课堂由教师为主转变为教师为辅学生为主。教师在课前的预设要做足,课堂中时刻关注学生,在学生实时反馈中,随时给出评价,当学生没有思路的时候,教师通过有指向性的提问启发点拨;当学生有一定思路的时候,教师在学生的基础上,高一层次的提炼归纳,起到画龙点睛的作用。在素养导向下的教学设计,要体现综合性:从分解认识到整体建构,旨在学生“学为了不学”从课堂中得到的经验能举一反三,构建“四化”课堂。

## 参考文献:

- [1] 曹岭红. 数学新课标“三会”素养导向下的课堂教学设计——以“数轴”教学为例 [J]. 数学学习与研究, 2022(13):119-121.
- [2] 黄秀旺. 重构优化:复习课教学的自然追求——以“三角形单元复习”为例[J]. 中学数学教学参考, 2022(35):6-9.