

作者简介：陈瑶（1986-），女，中学二级教师，主要从事数学教育与初中教学研究。

合理设计活动 发展统计观念

——以《事件的概率①》教学设计为例

陈瑶（上海市世外中学）

摘要：用频率估计概率是初中概率与统计领域核心的思想方法，是形成概率统计定义的关键。本节课基于现实问题情境和学生已有基础设计合理的统计活动，让学生经历数据的收集、整理、分析、归纳的数学活动，理解随机事件的随机性与规律性，体会“用频率估计概率”的必要性和合理性，发展统计观念。

关键词：数学活动；统计观念；概率

一、内容和内容解析

1、教学内容

本节课主要包括了概率的定义、以及用随机试验的频率估计随机事件的概率的必要性和合理性。

2、内容解析

《事件的概率①》是沪教版八年级第二学期“概率初步”单元内容，本单元的知识结构图如图 1 所示，内容包括“事件的分类”和“事件的概率”两大版块。其中对概率的研究是从定性描述逐步过渡到定量刻画的，在用频率估计概率的基础上，理解概率的统计意义，并能够通过枚举法或者画树状图等方法计算简单事件的概率。

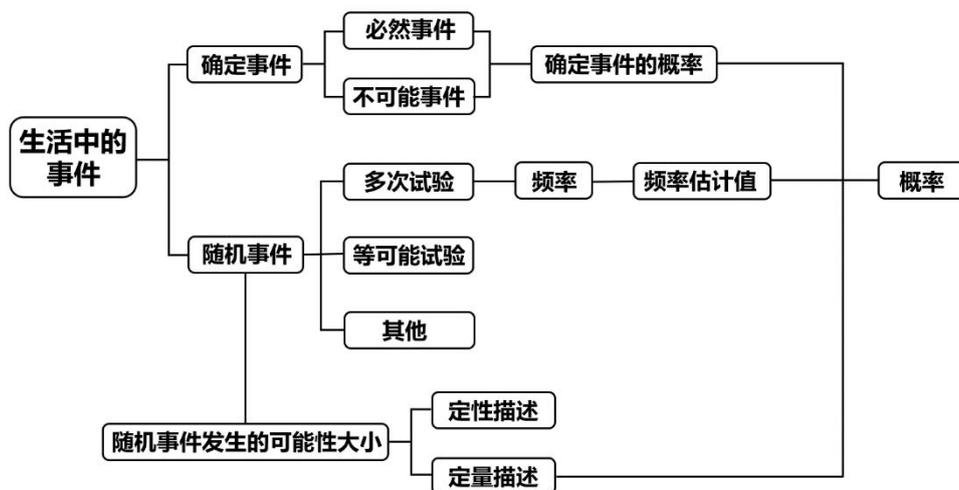


图 1 《概率初步》单元知识结构图

本单元核心概念是“随机事件”，对随机事件的准确认识与理解是体会概率意义、建立随机观念的基础。随机事件的发生具有随机性和规律性。随机性表现为每一次的随机试验结果是不可预测的，在相同条件下下一次随机试验的结构和上一次随机试验的结果彼此不关联。规律性表现为在一定条件下做大量的重复试验，随机事件发生的频率具有稳定性，可以通过频率来估计随机事件发生的概率，这也是概率的统计意义。

因此从数学的角度来研究随机现象，主要是研究其数量关系和结构特征，采用重复观测随机试验的方法，通过对试验得到的数据进行收集、整理、分析、归纳，找到其中的规律性，从而对随机事件发生的可能性即概率做出预估，理解“用频率估计概率”合理性和必要性。

本单元的学习主要是通过创设真实的问题情境中，让学生经历“随机事件”和“确定事件”的概念形成过程，发展抽象能力；通过对随机试验的数据收集和整理、描述和分析的处理过程，培养从数据中提取信息的能力，发展学生的数据观念；通过经历对概率的计算与应用过程，对问题作出判断和决策，发展学生的应用能力与创新能力。

二、目标和目标解析

本单元“概率初步”学习的重点是概率的概念、等可能试验以及相应的简单事件概率的初步讨论，这些都是概率的最基本知识，是学生初步形成数据意识的认识基础。主要取向是帮助学生认识随机现象和体会概率意义，学习用所学概率知识解释生活中的概率问题。

本节课“事件的概率”是在学生学习了必然事件、不可能事件、随机事件的分类，及事件发生可能性有大小之分后对随机事件的进一步探索，内容计划用3课时完成，第1课时引入概率概念，通过试验让学生感悟“某事件在大数次试验中发生的频率，作为这个事件的概率的估计值”；第2课时理解等可能事件的概率及其求解公式；第3课时用枚举法、树状图法求解简单的等可能事件概率。本设计是第1课时，在给出概率的描述性定义后，结合具体实例，引入“频数”、“频率”的概念，进而说明概率的统计意义。

1、教学目标

(1) 知道概率的含义，会用符号表示一个事件的概率；知道不可能事件和必然事件的概率以及随机事件的概率的取值范围。

(2) 经历随机试验的活动过程，理解随机事件发生的频率，知道频率与概率之间的区别和联系；会根据大数次试验所得的频率估计事件的概率。

2、目标解析

(1) 在上一节“事件发生的可能性”的铺垫下，让学生将上节课中所学“定性的文字描述”过渡到本节课“定量的数字刻画”中，使学生知道概率的定义，理解事件概率的取值范围。

(2) 结合生活实例，让学生体会到随机事件中频率的定义及其稳定性，明确频率与概率的区别和联系，通过大量的重复试验，让学生知道频率可以作为概率的估计值，并能通过对事件发生的属性估计其概率。

三、教学重、难点

理解频率与概率的区别和联系。

四、学生学情分析

学生在六年级时已接触过等可能事件发生可能性的大小，对于概率有模糊的认识，对等可能试验求概率的方法也有初步体验。在前一节“事件发生的可能性”的加持下，能接纳本节课所提出的概率的定义，结合本章第一节“确定事件和随机事件”中事件的分类，能够得出确定事件的概率及随机事件概率的取值范围。

然而在对概率定义的理解中，学生往往仅停留在等可能事件的概率中，无法理解“大次数试验”、“用频率估计概率”等统计概率的表达，因而设置合理的情境将大数定理转化为初中生容易接受的通俗表达中，帮助其理解统计概率的意义，便显得尤为重要。

五、教学方式与教学手段

本节课将采取启发式、探究式、参与式、互动式的教学方式。为了快速、精准地获取数据，本节课将运用 iPad，结合钉钉群里的共享 Excel 文档，以小组的形式进行数据统计。此外，为了呈现“某事件在大数次试验中发生的频率，作为这个事件的概率的估计值”，将运用 Python 软件进行程序设计摸牌活动。

六、教学过程设计

（一）创设情境，引入“概率”

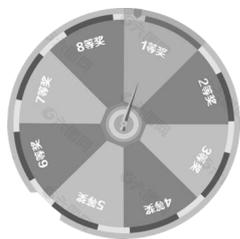
情境①：已知有下列两组牌，从中选取一组，使得抽取到数字 5 的可能性更大，你会选哪一组？



根据生活经验，学生很容易选出 A 组，当追问理由时，有的说因为第一组中数字 5 的张数多，所以 A 组抽到数字 5 的可能性更大；有的说因为 A 组抽到数字 5 的可能性大小为 $\frac{3}{4}$ ，B 组抽到数字 5 的可能性大小为 $\frac{1}{4}$ 。

可见，描述事件发生的可能性大小可以用“更大”、“更小”这样的文字语言，也可以用具体的数字。

情境②：已知某超市中有两种抽奖方式，一种是被平均分成 8 份的圆盘，每份依次为 1~8 等奖，另一种是质地均匀的骰子，数字 1~3 依次为 1~3 等奖，数字 4~6 没有奖项，从中选取一种，要想获得一等奖，你会选择哪种方式？



有了上题的经验，学生给出了两种解释：a) 骰子的面数少，因而抛掷骰子中一等奖的可能性更大；b) 抛掷骰子中一等奖的可能性大小为 $\frac{1}{6}$ ，转圆盘中一等奖的可能性大小为 $\frac{1}{8}$ ，因而选骰子。

情境③：下周某一天我校八年级学生将举办户外生日会，学校将根据周三、周四、周五的天气情况来决定举办日期。对比以下两位同学所得到的天气预报情况，你会根据哪位同学的信息选定日期呢？小明：周三有可能下雨；周四有可能下雨；周五也有可能下雨。

小刚：周三降水概率为 40%，周四降水概率为 30%，周五降水概率为 35%。

根据题意，学生能快速给出要根据小刚的信息来确定日期。

【设计意图】

通过以上三个生活情境，可以看出对于事件发生的可能性大小，既可以用前一节课所学的文字语言进行定性描述，也可以用数字进行定量刻画，并且定量刻画为做出决策更具精确性，从而感受“概率”概念引入的必要性，实现了旧知向新知的过渡。

（二）观察试验，理解“概率”

思考 1：抛掷一枚质地均匀的硬币，正面朝上的概率是多少？

生 1： $\frac{1}{2}$ 。

师：概率是 $\frac{1}{2}$ ，是不是意味着抛两次就能有 1 次正面朝上？抛 4 次就有 2 次正面朝上？抛 100 次就出现了 50 次正面？

生 2：不是。

师：那让我们来看看班级中一位同学的实操情况。

情境④：播放学生抛掷 4 次硬币的视频。

思考 2：视频中同学抛掷了 4 次，出现 3 次正面朝上，两者所得比值 $\frac{3}{4}$ 是概率吗？

生：不是。是频率。

师：没错，数学中，我们把这个比值称为频率，而出现正面朝上的次数被称为频数，因而在相同条件下的若干次试验中，某事件出现的频率=该事件出现的频数与试验总次数的比值。



【设计意图】

用学生熟悉的“抛掷硬币”试验，让学生感受到“正面朝上”这一随机事件的频率并不一定等于 $\frac{1}{2}$ ，从而感受随机事件频率的随机性，即每一次的随机试验结果是不可预测的，理解频率与概率的区别。同时创设学生的认知冲突，为进一步理解频率与概率的联系作铺垫。

情境⑤：观看历史上统计学家抛掷硬币的试验。

思考 3：频率与概率之间有什么联系与区别呢？

生：概率是确定的，而频率是随机的；在大量重复的试验中，可用频率估计概率。

思考 4：由此，你知道随机事件的概率范围了吗？

生 1：大于 0 小于 1。

师：说一说你的理由。

生 2：随机事件介于不可能事件和必然事件之间，前面学过不可能事件的概率是 0，必然事件的概率是 1，因此随机事件的概率大于 0 小于 1。

生 3：频率=该事件出现的频数与试验总次数的比值，随机事件的频率大于 0 小于 1，大量重复试验中，可以用频率来估计概率，因而随机事件的概率也是大于 0 小于 1。

【设计意图】

抛硬币试验是古典概率中一个经典试验，历史上诸多统计学家都对其展开过研究，借鉴历史，站在巨人的肩膀上，穿插数学史教学，也不失为一个良好的情境创设方式。此处展示历史上数学家抛掷硬币的试验，与情境④中班级同学所做的试验进行比对，得出频率与概率的关系，进而解决本节课的两个核心问题：1) 概率是确定的，频率是随机的；2) 在大量重复的试验中，频率呈现规律性，可用频率估计概率。通过上述情境，帮助学生理解统计概率学中概率意义的同时，引导学生用数学的思维分析要素之间的关联，经历发现、提出、分析、解决问题的过程，培养应用意识，发展统计观念。

(三) 小组合作，应用“概率”

思考5：在一副扑克牌中取红桃、黑桃、梅花、方块各一张牌混合放在一起，从这四张牌中任意摸出一张牌，“恰好摸到红桃”的概率是多少？

情境⑥：按照以下操作流程对上述问题进行小组探究：

- (1) 每组将四张牌洗匀后随机抽取一张，用划记的方法记录下取出牌的花色；
- (2) 放回，再洗匀，小组内重复进行40次操作；
- (3) 计算抽到红桃的频率；
- (4) 将结果通过 iPad 输入钉钉群的共享 Excel 表格中，观察数据，分析结果。

统计项目	摸到红桃	试验总次数
划记		
摸到红桃的频数		
摸到红桃的频率		

师：观察各小组的试验数据，你有什么发现？

组别	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	全班
摸到红桃的频数	8	9	9	11	9	15	12	23	9	9	114
摸到红桃的频率	0.20	0.23	0.23	0.28	0.23	0.38	0.30	0.58	0.23	0.23	0.29

生1：各小组的数据不尽相同，说明频率是随机的。

生2：这样抽取红桃的概率应该是0.25，但我们班级有小组试验得到的频率接近0.25，比如0.23，有的却偏离得很大，比如0.58，看来无法用频率来估计概率。

师：为什么数据间差距会这么大呢？

生3：因为各小组的试验次数太少了。

师：看来我们需要加大试验次数，让我们把各小组的数据汇总在一起，形成班级的数据，大家再来看看。

生4：班级的频率是0.29，依然与0.25有差距。

生5：试验次数还是太少。

师：在有限的时间内，以人工形式无法达到“大数次试验”，我们班有一位同学借助 Python 软件加大了试验次数，让我们来看看他的试验情况。

情境⑦：由班级一位同学演示通过 Python 编程得到的随机摸牌程序。观察任意输入较大的抽取次数时，出现红桃的频率，如下图：

批量模拟

请选取批量抽取次数：

▲ ▲ ▲ ▲ ▲

5 0 0 0 0

▼ ▼ ▼ ▼ ▼

批量模拟

模拟结果：共抽取50000次，其中：

- 红心2出现了 12504 次，频率为 0.2501
- 黑桃8出现了 12546 次，频率为 0.2509
- 方片7出现了 12492 次，频率为 0.2498
- 梅花3出现了 12458 次，频率为 0.2492

生：当试验次数变大时，频率稳定在概率附近。

师：感谢这位同学的分享，随着科技的进步，电脑程序能够为我们提供更多解决问题的途径，老师也将他多次试验的数据进行了如下汇总，看来在大数次试验中，频率可以用来估

计概率。

次数	500	1000	5000	50000	80000	90000
摸到红桃的频数	118	262	1307	12504	19874	22728
摸到红桃的频率	0.2360	0.2620	0.2614	0.2501	0.2484	0.2525

【设计意图】

沪教版教材中，提供了摸牌的探究活动，考虑到统计和数据收集的便利性，本环节采用 iPad 与 Excel 相结合、借助 Python 编程的跨学科呈现方式，为学生创设个人情境。仿照数学家抛掷硬币的试验，通过小组的摸牌试验，将收集到的试验数据通过 iPad 输入到共享 Excel 表格中，由预设的频率公式，快速呈现全班各小组的数据，由学生的切身经验，再次强调需要在大量重复试验中，才可“用频率估计概率”这一难点。同时，借助信息技术，利用班级编程达人事先制作的 Python 程序，演示较大数次试验。随着试验次数从小到大的变化，可以直观地从 Python 程序的结果中看出频率呈现规律，从而进一步理解用频率估计概率的意义。

（四）拓展提升，服务生活

思考 6：将一枚图钉随意向上抛起，如何求图钉落地后针尖朝上的概率？

生₁：图钉抛起后落地的情况只有两种，一种是针尖朝上，一种是针尖朝下，因而可以通过求概率的公式得到针尖朝上的概率是 $\frac{1}{2}$ 。

生₂：不能这样求，应该做大量重复的抛图钉试验，通过频率来估计概率。

师：为什么不能想第一位同学这样求呢？

生₃：因为图钉不像硬币那样质地均匀，落地后针尖朝上和针尖朝下的可能性不相等。

师：没错，前一位同学所说的就是我们下节课要学习的等可能事件及其概率的求法，看来本节课所学的概率求法不会受事件类型的影响，更具普遍性，通过大量的重复试验，总能用频率估计概率。那么，大家知道求图钉落地后针尖朝上的概率的意义是什么吗？

师：其实，这不仅仅是一个数学问题，更是一个数学在生活中的应用问题。我们知道图钉落地时针尖朝上是非常危险的，如果知道了某种图钉落地后针尖朝上的概率，就可以以此改良图钉形状的设计，让图钉变得更安全，这就是生活中“安全图钉”的由来。

【设计意图】

有别于抛掷硬币、摸牌这样的古典概率，质地并不均匀的图钉只能通过本节课所学的统计概率方法来求解，因而，本环节既是对本课知识是否已掌握的评判，又是对学生建模能力的培养，同时还对生活具有指导意义，本环节从精准地描述、普适地建模、合理地决断、形成数学交流表达能力、发展应用实践能力的路径，让学生感受数学在现实世界的广泛应用，体会数学中数据观念的实用价值。

（五）小结与作业

1、小结

经过本节课的学习，你是否对概率有了新的认知？

2、作业

练习册 23.3 事件的概率（1）

七、教学反思

1、深度挖掘教学内容的育人价值

(1) 挖掘数学概念的价值内涵

“概率”是概率论中最核心的概念之一，它不同于学生以往所学概念，具有多角度定义：古典定义、统计定义、公理化定义。它有别于单纯的知识点传授和基本技能的训练，“概率”的教学是一种随机思想的渗透，是不确定思维方式的培养。可以通过生活情境在现实世界的数据中获取有效的信息，形成数据意识，培养学生用数学的眼光观察现实世界。

(2) 明确概念研究的一般方法

随机事件的概率的教学是一个从定性描述逐渐走向定量分析的过程。对于学习沪教版数学的初中生而言，最初接触概率是在六年级时，但真正给出概率的定义却是在八年级。同时，生活也早已先于数学课程将概率推到他们面前，因而通过简单熟悉的生活情境，引导学生感悟随机事件定性描述和定量刻画的双重表达，能够帮助学生理解概率是对随机事件发生可能性大小的度量。

(3) 把握概念相关的知识体系

2022 版课程标准在课程理念中提出要促进信息技术与数学课程的融合，本课学习过程中可以借助信息化程序模拟大量重复试验，体现随机事件发生的频率具有稳定性，能用频率估计概率，引导学生从统计与概率的角度认识、理解和表达现实世界中大量存在的随机现象，帮助学生形成完整的知识体系，促进学生数据观念、模型观念的阶段性培养。

2、合理利用生活情境的数据价值

抛硬币、摸牌这样熟悉且简易的生活情境，能够帮助学生探究现实情境中所蕴含的数学规律，揭示客观事物的本质属性，建立数学对象之间的逻辑联系。教学过程中所采取的跨学科方式，激发出学生理解生活中随机现象的数据观念，培养学生用数学的思维思考现实世界的素养。

安全图钉的情境，有助于学生在现实世界中发现问题，并将其转化为合理的数学问题，进而探究数学与现实世界之间的逻辑联系，将抽象的数学知识直观化，促进学生对数学知识的建构，会用数据的分析结果解释和预测不确定现象，形成数学的表达和交流能力，发展应用意识与实践能力，培养学生的数据观念。

参考文献：

[1] 中华人民共和国教育部制定. 义务教育数学课程标准（2022 年版）[M]. 北京：北京师范大学出版社，2022.

[2] 曹一鸣. 新版课程标准解析与教学指导（2022 年版）初中数学[M]. 北京：北京师范大学出版社，2022.

[3] 史宁中. 试论数学推理过程的逻辑性——兼论什么是有逻辑的推理[J]. 数学教育学报, 2016(8).

[4] 李静雯, 吴立宝, 张桂丽. 新旧课程标准初中“统计与概率”学习领域的比较分析 [J]. 数学通讯, 2023(6).