

提升逻辑思维能力 培养物理核心素养

——以“溢出问题”专题复习为例

上海市民办华育中学 刘黎

摘要：压强变化分析是初中物理知识体系的重要组成部分，其中，将物体放入装有液体的柱形容器中，引起的压力、压强变化问题，同时涉及到了液体压强变化和固体压强变化，综合性强，难度较大，变化多样。本文针对该主题中的“溢出问题”，归纳、总结了3中基本模型及其对应的解决办法，帮助学生厘清思路，构建概念网络，提升学生逻辑思维能力和解决综合问题能力的同时，提高学习效率。

关键词：压强变化 溢出问题 思维能力 专题复习

物理学家劳厄曾指出：“重要的不是获得知识，而是发展思维能力，教育无非是将一切已学过的东西都遗忘时所剩下来的东西”。因此，在物理教学中，使学生的思维能力不断提高，进而运用思维很好地理解和掌握物理概念、规律、实验，解决物理问题，这是物理教学的一项重要任务^[1]。教师要从物理学科的核心素养出发，关注学生思维方法的训练、科学思维的培养，引导学生不断探索，提高分析问题、解决问题的实践本领和科学思维能力，全面提升学生的学习力，发展核心素养^[2]。

1、建立模型，培养学生逻辑推理和分析能力

“溢出问题”主要围绕着柱形容器展开，将物体放入装有柱形容器的液体中，涉及到液体对容器底部的压力、压强，容器对水平面的压力、压强的变化，要判断是否有液体溢出，要求学生对压强概念有深刻的理解，并且在熟练掌握基本公式的基础上，如公式 $p_{液} = \rho_{液}gh_{液}$ ， $F_{容} = G_{容} + G_{液}$ ，能够对压强的变化进行定量分析。

母体模型如图1所示，一个底面积为 $S_{容}$ 的薄壁圆柱形容器放在水平桌面中央，内盛有深度为 $h_{水}$ 的水。另有重力为 G_A ，体积为 V_A 的实心正方体A，现将A浸没在容器内的水中。

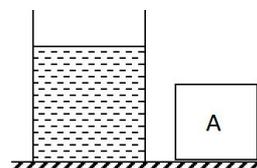


图1

当容器足够高时，容器中水面下方总体积的增加量 $\Delta V = V_A$ ，所以水面升高量 $\Delta h_{水} = V_A / S_{容}$ ，从而得到水对容器底部的压强增加量 $\Delta p_{水} = \rho_{水}gV_A / S_{容}$ ；容器对水平面的压力增加量 $\Delta F_{容} = G_A$ ，因此容器对水平面的压强增加量 $\Delta p_{容} = G_A / S_{容}$ 。

当去掉“足够高”这个条件之后，意味着可能会有水溢出，此时要计算出 $\Delta p_{水}$ 和 $\Delta p_{容}$ ，首先要对是否有水溢出进行判断，常见的模型有以下三种：

1.1 模型一：已知容器高度

在上述母体模型的基础上，增加条件“容器高度为 $h_{容}$ ”。

下面引入具体数据，可以较为直观地比较有水溢出时的压强变化情况。令 $h_{容} = 0.12\text{m}$ ， $S_{容} = 2 \times 10^{-2}\text{m}^2$ ， $h_{水} = 0.1\text{m}$ ， $G_A = 19.6\text{N}$ ， $V_A = 1 \times 10^{-3}\text{m}^3$ 。当没有水溢出时， $\Delta V = V_A = 1 \times 10^{-3}\text{m}^3$ ， $\Delta h_{水} = V_A / S_{容} = 0.05\text{m}$ ，可计算出 $\Delta p_{水} = \rho_{水}g\Delta h_{水} = 490\text{Pa}$ ； $\Delta F_{容} = G_A = 19.6\text{N}$ ，可计算出 $\Delta p_{容} = G_A / S_{容} = 980\text{Pa}$ 。

而此时容器高度仅为 0.12m ，水面升高量最多 0.02m ，小于 0.05m ，即有 0.03m 高的水溢出，如图2所示；也可计算水面上方的空余体积 $V_{空} = S_{容}(h_{容} - h_{水}) = 0.4 \times 10^{-3}\text{m}^3 < V_A$ ，说明有水溢出，且溢出水的体积为 $0.6 \times 10^{-3}\text{m}^3$ ，所以 $\Delta p_{水} = \rho_{水}g(h_{容} - h_{水}) = 196\text{Pa}$ ；同时，容器对地面的压力，即容器的总重力“有增也有减”， $\Delta F_{容} = \Delta G_{总} = G_A - G_{溢} = G_A - \rho_{水}V_{溢}g = 13.72\text{N}$ ，从而可得 Δp

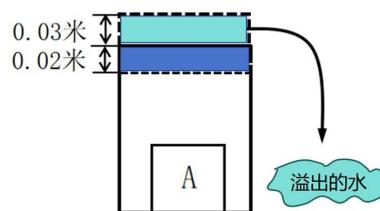


图2

$p_{容} = \Delta F_{容} / S_{容} = 686 \text{Pa}$ 。

对于模型一，判断是否有水溢出的方法总结如下：

(I) 比较物体的体积与容器内水面上方的空余体积大小：若 $V_{物} > V_{空}$ ，则有水溢出，且溢出水的体积 $V_{溢} = V_{物} - V_{空}$ ；若 $V_{物} \leq V_{空}$ ，则没有水溢出，其中，等号成立时，水恰好不溢出。

(II) 比较 $V_{物}/S_{容}$ 与 $h_{容} - h_{水}$ ，若 $V_{物}/S_{容} > h_{容} - h_{水}$ ，则有水溢出；若 $V_{物}/S_{容} \leq h_{容} - h_{水}$ ，则没有水溢出。

1.2 模型二：已知水对容器底部压强的变化量

在上述母体模型的基础上，增加条件“水对容器底部压强的增加量 $\Delta p_{水} = 196 \text{Pa}$ ”。

由模型一得到的数据可知，此时 $\Delta h_{水} = 0.02 \text{m}$ ，而若容器足够高，水面升高量可以达到 0.05m ，即有 0.03 米高的水溢出，亦如图 2。

同理，也可由 $\Delta p_{水}$ 小于容器足够高时的液体压强增加量 490Pa ，推出水面升高量小于 0.05 米，从而得出水溢出的结论。

另外，由 $\Delta h_{水}$ 计算出 $\Delta V = 0.4 \times 10^{-3} \text{m}^3$ ，小于物体 A 的体积，不仅可以判断出有水溢出，同时也可以得出溢出水的体积 $V_{溢} = V_{物} - \Delta V = 0.6 \times 10^{-3} \text{m}^3$ ，进而继续进行更多的计算，例如求出 $\Delta p_{容}$ 。

对于模型二，判断是否有水溢出的方法总结如下：

(I) 比较题目中所给的 $\Delta p_{水}$ 与无水溢出时的 $\Delta p'_{水}$ 大小：若 $\Delta p_{水} < \Delta p'_{水}$ ，则有水溢出；若 $\Delta p_{水} = \Delta p'_{水}$ ，则没有水溢出；。

(II) 比较计算求得的 $\Delta h_{水}$ 与无水溢出时的 $\Delta h'_{水}$ 大小：若 $\Delta h_{水} < \Delta h'_{水}$ ，则有水溢出；若 $\Delta h_{水} = \Delta h'_{水}$ ，则没有水溢出。

(III) 比较容器内水面下方总体积的增加量 ΔV 与物体体积 $V_{物}$ 大小：若 $\Delta V < V_{物}$ ，则有水溢出，且溢出水的体积 $V_{溢} = V_{物} - \Delta V$ ；若 $\Delta V = V_{物}$ ，则没有水溢出。

1.3 模型三：已知容器对地面压强的变化量

在上述母体模型的基础上，增加条件“容器对地面压强的变化量为 686Pa ”。

当容器足够高时，容器对水平面的压强增加量为 980Pa ，可推出容器对水平面的压力增加量小于物体 A 的重力，说明有水溢出；

另外，也可以通过计算得出此时的 $\Delta F_{容} = 13.72 \text{N}$ ，小于 G_A ，说明有水溢出，且 $G_{溢} = G_A - \Delta F_{容} = 5.88 \text{N}$ ，进而得到 $V_{溢}$ 、 ΔV 、 $\Delta h_{水}$ 、 $\Delta p_{水}$ 等一系列的物理量。

对于模型三，判断是否有水溢出的方法总结如下：

(I) 比较题目中所给的 $\Delta p_{容}$ 与无水溢出时的 $\Delta p'_{容}$ 大小：若 $\Delta p_{容} < \Delta p'_{容}$ ，则有水溢出；若 $\Delta p_{容} = \Delta p'_{容}$ ，则没有水溢出；。

(II) 比较计算求得的 $\Delta F_{容}$ 与无水溢出时的 $G_{物}$ 大小：若 $\Delta F_{容} < G_{物}$ ，则有水溢出；若 $\Delta F_{容} = G_{物}$ ，则没有水溢出。

2、发展学生创造性思维能力

通过对溢出问题的各种模型进行分析，不仅帮助学生梳理了复杂的知识体系，激发学生的学习兴趣 and 主动性，还初步培养了他们的归纳推理、分析和解决问题的能力。在现有模型的基础上，鼓励学生不断地加工、探索和创新，达到融会贯通、举一反三的效果^[3]。另外，引导学生对同一问题寻求多种解决方案，评估各种方案的优劣，并最终选择最优方案，这也是一种培养创造性思维和问题解决能力的重要方法，帮助学生在不断变化的世界中更有效地学习、适应和创新。

例 1（2023 年上海市嘉定区）如图 3 所示，底面积为 $2 \times 10^{-2} \text{米}^2$ 的轻质薄壁圆柱形容器甲放置在水平地面上，内部盛有质量为 4 千克的水。求：

① 容器甲内水的体积 $V_{水}$ 。

②容器甲对水平地面的压强 $p_{容}$ 。

③现将体积为 1×10^{-3} 米³ 的正方体乙浸没在甲容器的水中后，测得水对容器底部的压强变化量 $\Delta p_{水}$ 为 196 帕，容器对水平地面的压强变化量 $\Delta p_{容}$ 为 1176 帕。求正方体乙的重力 $G_{乙}$ 。

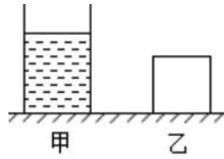


图 3

分析：容器高度未知，需先判断是否有水溢出。若无水溢出，可利用 $G_{乙} = \Delta F_{容} = \Delta p_{容} S_{甲}$ 直接得到；而如果有水溢出，需求出溢出水的重力，得 $G_{乙} = \Delta F_{容} - G_{溢}$ 。可见，此题属于上述的模型二，用 $\Delta p_{水}$ 进行比较，三种判断方法均可，而考虑到需要通过溢出水的体积计算溢出水的重力，可以选择比较 ΔV 和 $V_{物}$ ，方便后续的计算。

解答：容器中液面上升的高度 $\Delta h_{水} = \Delta p_{水} / (\rho_{水} g) = 196 \text{ 帕} / (1 \times 10^3 \text{ 千克/米}^3 \times 9.8 \text{ 牛/千克}) = 0.02 \text{ 米}$ ， $\Delta V = S_{甲} \Delta h_{水} = 2 \times 10^{-2} \text{ 米}^2 \times 0.02 \text{ 米} = 0.4 \times 10^{-3} \text{ 米}^3 < V_{乙}$ ，所以有水溢出。
 $m_{溢} = \rho_{水} V_{溢} = \rho_{水} (V_{乙} - \Delta V) = 1 \times 10^3 \text{ 千克/米}^3 \times (1 \times 10^{-3} \text{ 米}^3 - 0.4 \times 10^{-3} \text{ 米}^3) = 0.6 \text{ 千克}$ ，
 由 $\Delta F_{容} = \Delta p_{容} S_{甲} = 1176 \text{ 帕} \times 2 \times 10^{-2} \text{ 米}^2 = 23.52 \text{ 牛}$ ，可得 $G_{乙} = \Delta F_{容} + G_{溢} = \Delta F_{容} + m_{溢} g = 23.52 \text{ 牛} + 0.6 \text{ 千克} \times 9.8 \text{ 牛/千克} = 29.4 \text{ 牛}$

例 2 (2019 年上海市杨浦区) 如图 4 所示，均匀圆柱体甲和薄壁圆柱形容器乙放置在水平地面上。甲的质量为 2 千克，底面积为 5×10^{-3} 米²，乙的底面积为 2×10^{-2} 米²。

① 若水深为 0.15 米，求水对容器乙底部的压强 $p_{水}$ 。

② 现将实心圆柱体丙先后叠放至甲的上部、竖直放入容器乙水中静止。下表记录的是上述过程中丙浸入水中的体积 $V_{浸}$ 、甲对水平地面压强变化量 $\Delta p_{甲}$ 和容器乙对水平桌面的压强变化量 $\Delta p_{容}$ 。

请根据上述信息求出丙的重力 $G_{丙}$ 和水对容器乙底部的压强变化量 $\Delta p_{水}$ 。

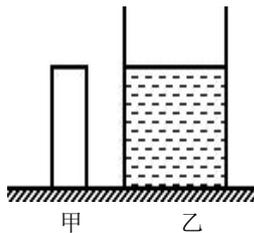


图 4

$V_{浸}$ (米 ³)	1.5×10^{-3}
$\Delta p_{甲}$ (帕)	5880
$\Delta p_{容}$ (帕)	980

分析：同上题，此题没有“足够高”、“不溢出”等关键信息，需要学生在审题时敏锐的察觉到可能会有水溢出，并选择合适的方法进行判断。结合题中所给条件，可通过比较将实心圆柱体丙竖直放入容器乙内的水中静止时增加的压力与丙的重力大小判断是否有水溢出，并根据公式 $G = mg$ 和 $\rho = m/V$ 求出溢出水的体积，进而求出水面升高量和水对容器乙底部的压强变化量。

解答：将实心圆柱体丙先后叠放至甲的上部， $G_{丙} = \Delta F_{甲} = \Delta P_{甲} S_{甲} = 5880 \text{ 帕} \times 0.005 \text{ 米}^2 = 29.4 \text{ 牛}$ ；容器乙对地面的压力增加量 $\Delta F_{容} = \Delta P_{容} S_{乙} = 980 \text{ 帕} \times 0.02 \text{ 米}^2 = 19.6 \text{ 牛} < 29.4 \text{ 牛}$ ，所以有水溢出，且溢出水的重力 $G_{溢} = G_{丙} - \Delta F_{容} = 29.4 \text{ 牛} - 19.6 \text{ 牛} = 9.8 \text{ 牛}$ ， $m_{溢} = G_{溢} / g = 9.8 \text{ 牛} / 9.8$

牛/千克=1 千克, 溢出水的体积: $V_{\text{溢}} = m_{\text{溢}}/\rho_{\text{水}} = 1 \text{ 千克}/10^3 \text{ 千克/米}^3 = 0.001 \text{ 米}^3$ 。容器里水面升高量 $\Delta h_{\text{水}} = (V_{\text{浸}} - V_{\text{溢}}) / S_{\text{乙}} = (0.0015 \text{ 米}^3 - 0.001 \text{ 米}^3) / 2 \times 10^{-2} \text{ 米}^2 = 0.025 \text{ 米}$, 所以 $\Delta p_{\text{水}} = \rho_{\text{水}} g \Delta h_{\text{水}} = 1.0 \times 10^3 \text{ 千克/米}^3 \times 9.8 \text{ 牛/千克} \times 0.025 \text{ 米} = 245 \text{ 帕}$ 。

例 3 (2022 年上海市黄浦区) 如图 5 所示, 重为 0.4 牛, 底面积为 $2 \times 10^{-2} \text{ 米}^2$ 的薄壁圆柱形容器放置在水平地面上, 容器内装有深度为 0.1 米的水。



图 5

- ①求水的质量 $m_{\text{水}}$ 。②求容器对水平地面的压强 p 。
 ③现将两个完全相同、质量均为 3 千克的正方体依次浸没在容器中。两次放入后, 水对容器底部压强 $p_{\text{水}}$ 如上表所示。为了求得正方体的密度, 小明的解题过程如下:

$$V_{\text{物}} = \Delta V_{\text{水}} = S \Delta h_{\text{水}} = S \frac{\Delta p_{\text{水}}}{\rho_{\text{水}} g} = 0.02 \text{ 米}^2 \times \frac{1764 \text{ 帕} - 1470 \text{ 帕}}{1 \times 10^3 \text{ 千克/米}^3 \times 9.8 \text{ 牛/千克}} = 6 \times 10^{-4} \text{ 米}^3$$

$$\rho_{\text{物}} = \frac{m_{\text{物}}}{V_{\text{物}}} = \frac{3 \text{ 千克}}{6 \times 10^{-4} \text{ 米}^3} = 5 \times 10^3 \text{ 千克/米}^3$$

请判断小明的解题过程是否合理, 并写出理由。如果不合理, 请写出正确的计算过程。

分析: ③题中的解题过程成立的条件是第二个正方体浸没后, 没有水溢出; 然而容器高度未知, 需先判断是否有水溢出。判断方法如下: 由于第二个正方体放入水中后, 水对容器底部的压强再次变大, 说明第一个正方体浸没在水中时, 没有水溢出; 若第二个正方体浸没后, 仍没有水溢出, 那么两次的水面升高量 $\Delta h_{\text{水}}$ 应相同, 由公式 $\Delta p_{\text{水}} = \rho_{\text{水}} g \Delta h_{\text{水}}$ 可知 $\Delta p_{\text{水}}$ 应相同, 所以只需将两次的 $\Delta p_{\text{水}}$ 进行比较, 即可得出结论。

解答: 未放入正方体时, $p_{\text{水}} = \rho_{\text{水}} g h_{\text{水}} = 1 \times 10^3 \text{ 千克/米}^3 \times 9.8 \text{ 牛/千克} \times 0.1 \text{ 米} = 980 \text{ 帕}$; 第一个放入后: $\Delta p_{\text{水}1} = 1470 \text{ 帕} - 980 \text{ 帕} = 490 \text{ 帕}$; 第二个放入后: $\Delta p_{\text{水}2} = 1764 \text{ 帕} - 1470 \text{ 帕} = 294 \text{ 帕}$ 。因为 $\Delta p_{\text{水}1} \neq \Delta p_{\text{水}2}$, 所以第二个放入后有水溢出, 因此 $V_{\text{物}} \neq \Delta V_{\text{水}}$, 即小明的解题过程是不合理的, $V_{\text{物}}$ 应等于第一个放入之后的体积增加量。

正确的过程是: $V_{\text{物}} = \Delta V_{\text{水}1} = S \Delta h_{\text{水}1} = S \Delta p_{\text{水}1} / \rho_{\text{水}} g = 0.02 \text{ 米}^2 \times (1470 \text{ 帕} - 980 \text{ 帕}) / 1 \times 10^3 \text{ 千克/米}^3 \times 9.8 \text{ 牛/千克} = 1 \times 10^{-3} \text{ 米}^3$, $\rho_{\text{物}} = m_{\text{物}} / V_{\text{物}} = 3 \text{ 千克} / 1 \times 10^{-3} \text{ 米}^3 = 3 \times 10^3 \text{ 千克/米}^3$

总之, 通过主题复习, 将经典题型进行变式, 提出“假如”或“如果”类型的问题, 或设计有多个答案或解决方案的问题, 将创新和批判性思维融入传统习题中, 鼓励学生对习题的假设和结果提出质疑, 并探索其他可能性, 不仅能够帮助学生巩固知识, 提高学习效率, 还能发展学生的创造性思维和解决综合问题的能力, 以达到培养物理核心素养的目的。

参考文献:

[1] 程翠芳.让高中物理课堂成为提升学生思维能力的动力源[J].神州,2012(11):176-176
 [2] 中华人民共和国教育部.义务教育物理课程标准(2002年版)[S].北京:北京师范大学出

出版社，2022

[3] 刘建.提升逻辑思辨能力培养物理核心素养——以“压强变化”主题复习为例[J].物理通报,2022,51(7):72-75100