

基于“思维可视化”策略的数学教学案例开发

上海市世外小学 虞莹

一、“思维可视化”的内涵

“思维可视化”是由美国学者罗恩·理查德和哈佛大学“零点计划”的团队提出的教学理念，在借鉴思维习惯和教学环境相关研究的基础上探索出的一套策略：将探索学生思维的方法与教师正在进行的课堂实践有机结合起来，即教师将教学的思维传递给学生，学生将学习过程中的思维呈现给教师，教师根据学生的思维反馈调整教学活动，对学生的思维进行修正和引导，从而提高教学和学习效率。

在小学数学课堂教学中，如何实现知识的传递，让教师能看得到学生的思维过程？“思维可视化”可以通过教师的思维可视化教学策略的设计，让学生的思维过程清晰地展现出来，从而让教师可以根据学生的思维呈现调整教学的进度、难易，帮助学生更好地理解所学的知识。

实现思维的可视化，为教师真正了解学生的思考内容和思考方法打开了一扇窗，它可以帮助教师了解学生的见解和错误，同时为教师进一步规划学生的学习进度创造条件，方便学生继续探索学习观念。只有当我们了解学生的所思、所想、所感，才可以更好地参与和帮助学生进行理解，这样一来，实现学生思维的可视化便成为有效教学的一个重要方面。教师在课堂中采用“思维可视化”的教学策略，还会帮助学生在大脑里架构起一条条清晰的思路，这些思路或从思维的深度，或从思维的广度，或从创造力等方面入手，对问题和知识点进行高效而深度的处理。

二、“思维可视化”策略的分类

“思维可视化”策略对课堂教学起主导作用，借助“思维可视化”策略，学生将自己的思考过程以图文的形式呈现出来，教师运用这些策略规范学生行为、加强互动、组织活动、增加交流、制定讨论原则等。

“思维可视化”策略多种多样，它们的分类方法也各不相同。大卫·帕金斯、莎丽·蒂什曼、罗恩·理查德、帕特丽夏·帕尔默最初负责实施由卡尔佩·维塔姆基金会资助的“思维可视化”项目时，围绕理解、真理、公平和创造将它们分为四类。其次，我们也可以根据思维类型进行分类，例如仔细观察、讨论或解释等。当然，我们也可以根据某一学科领域最常见、应用最广泛的标准进行分类。此外，有些策略尤其适用于教师提高小组学习效率和问题解决能力，由此我们将“思维可视化”策略分成三类：引入和探讨型策略、综合和系统化策略、深入性和延展性策略。这种分类方式适配教师从教学目标出发，为每个单元不同板块和教学阶段制定的逆向教学计划。

在实际教学过程中，我们根据逆向教学设计的指导理念，需要选择合适的“思维可视化”策略。也就是说，我们要先确定预期的学习目标，应基于现场教学确定学生要学会什么；接着决定可接受的学习结果，我们应思考需要哪些证据（评价）来证明学生已经学会了或者说达到了教学目标；然后我们应根据评价标准，设法把各种学习内容和教学其他教学资源加以整合，设计出各种学习活动或教学活动，在此过程中根据目标和评价选择合适的“思维可视化”策略。

接下来将按照这种分类方式，分别介绍引入和探讨型策略、综合和系统化策略、深入性和延展性策略这三类“思维可视化”策略在小学数学课堂中的应用。

三、引入和探讨型“思维可视化”策略

引入和探讨型“思维可视化”策略有助于介绍和探讨新观点，通常适用于单元最初，从而激发学生的学习兴趣 and 提问热情。

（一）See-Think-Wonder（观察-思考-疑问）

See-Think-Wonder 策略适用于模糊或复杂的视觉刺激，它根源于仔细观察，有助于学生深入学习。同时，这一策略可专门用于引导学生细心观察，因为它将观察看作进一步思考、加深理解、建立理论和培养好奇心的基础。

See-Think-Wonder 策略将观察看作思考和解释的基础。学生首先会花几分钟时间观察图片或物体，因此“See（观察）”先于解释；之所以将“Wonder（疑问）”放在最后是为了能够确保学生有充足的时间仔细观察、认真思考、综合信息并考虑其他可能性，“Wonder（疑问）”能够帮助学生开辟崭新的探索和思考空间。这一策略有助于教师提问并指导学生今后的学习。

See-Think-Wonder 策略的具体操作步骤如下：

1. 导入。教师将被观察的物体（包括数据、图片、视频、阅读材料、表格等都可以）放在一个明显的位置，以便学生能够尽可能多地观察到它的细节特征。在讨论前，教师应给学生留出 2~3 分钟的准备时间。

2. 观察（See）：你观察到了什么？主要要求学生陈述他们所注意到的内容。此处只需注意观察内容，无需解释（解释应在 Think 的部分进行）。告诉学生观察意味着你可以触摸图片和物体，之后可以要求学生按照 Think-Pair-Share（思考-分组-分享）的顺序进行思考。因此课堂讨论首先应该和你的同伴进行讨论，了解你未观察到的事物。

比如，在小学一年级数学《条形统计图》的第一课时中，我们可以把条形统计图呈现在 PPT 上或印发给学生，请他们先独立观察并记录自己看到了什么，让学生自己去发现条形统计图包含哪

些要素；接着用 Think-Pair-Share 的策略，让学生跟自己的同桌说一说自己观察到的要素，最后教师请几位同学分享自己的同桌说了什么，在这个过程中，由于学生要分享同桌说的内容，所以需要他们在两两分享环节认真倾听。而到了小学四年级数学《折线统计图》的单元引入时，我们又可以把学生学过的条形统计图和四年级新授的折线统计图放在一起让学生观察，教师可以设计一张 See-Think-Wonder 的表格，请学生在观察的时候在表格上记录自己的所见、所思，从而实现思维的可视化，然后同样运用 Think-Pair-Share 的策略请学生进行分享。除此之外，学生还可以观察（See）和思考（Think）同样的数据在两种统计图中的不同表现，从而探究引入“折线统计图”的必要性。

See-Think-Wonder		
What do you SEE ?	What do you THINK ? How do you explain?	What do you WONDER ? What questions do you have?
 I see...	 I think...	 I wonder...

3. 思考（Think）：你对该图片或事物有什么看法？教师可以问：“基于你所观察和注意到的事物特征，我们可以想到什么？由此，我们会做怎样的解释？”“为什么我们有时候使用条形统计图，而有时候使用折线统计图？什么时候适合用哪种统计图？”我们的目标是，给出不同程度的解释，而不是仅仅给出该物体的定义。教师还可以继续询问学生其它问题。教师在听到学生的回应后，最有效的应对办法就是问：“你为什么这样认为？”鼓励学生给出自己的解释。有时，这有助于学生思考更多的答案，防止学生随意猜测。

4. 疑问（Wonder）：你有什么疑问？学生在观察和思考后，教师可询问他们是否存有疑虑。起初，学生会感到区分思考和疑问非常困难。学生会怀疑他们的解释不正确，或者他们会担心自己最初的想法存在问题。为帮助学生消除这种疑虑，教师应引导他们从多维视角看待问题或事物，没有绝对的对与错，这才是 Wonder（疑问）的真正内涵。

5. 交流。一般情况下，学生会首先跟其它同学分享观点，然后再进行下一步思考，这能够帮助学生在借鉴小组整体想法的基础上拓展讨论内容，比一个人冥思苦想更为有效，此时可以运用“Think-Pair-Share”的方法来完成思考与分享的过程。如果“See-Think-Wonder”的策略能够激发学生的兴趣，让他们不断地提出问题，那么教师可以把学生 Wonder（疑问）的内容写下来并张贴在教室里，这样可以调动学生思考的积极性，同时在之后的单元学习中去回看和反思自己最初的想法。

（二）Think-Puzzle-Explore（思考-疑惑-探究）

Think-Puzzle-Explore 策略由教师普遍采用的 KWL 演变而来，适合在单元开始时指导个人或小组考察、研究现阶段的理解情况和错误观点。相较于事实，它更注重考察思维过程。教师首先提问：“你认为自己了解多少？”教师默认学生只是初步或部分了解将要探讨的话题。除此之外，教师还会询问“你对这个话题有什么疑惑”，这要求学生更多地进行思考，而不能只满足于收集事实。最后一步“探究（Explore）”引导学生将注意力放在如何解决“疑惑（Puzzle）”上。

其实，我们在每个数学单元的教学之前可以先上一节“单元概览课”，单元概览课的教学目标就是让教师对学生的已有知识和学情有更全面、更深入的了解，并向学生罗列这个单元将学习的知识点，让学生对整个教学单元有一个宏观的认识。那么针对这个教学目标，Think-Puzzle-Explore 策略就非常适配单元概览课。

Think-Puzzle-Explore 要求学生充分激发自己的好奇心和求知欲，利用已有知识独自或与小组协作探究问题，它旨在帮助教师剖析学生现阶段对话题的理解程度和已有知识，方便教师组织之后的教学活动。有时，教师也会在单元教学结束时要求学生采用这一策略“思考（Think）”问题，反思对本单元的理解程度并陈述已经掌握的知识点。“疑惑（Puzzle）”能够不断提醒学生学无止境，即使已经花费了大量时间来探讨某个话题，仍有更多的知识等待学生去了解。

Think-Puzzle-Explore 策略的具体操作步骤如下：

1. 介绍。由于该策略能够帮助教师选择探究对象，通常被用作单元教学的参考，因此教师需要认真考虑记录形式。教师可以将学生分成小组，由学生负责记录在 Think-Puzzle-Explore 表格中，也可以自己写板书或收集便笺来整理学生的想法。

2. 思考（Think）：你对这个话题了解多少？首先，给学生留出充足的思考时间，学生可以简单记录自己的想法，然后由教师负责收集学生的答案。比如在开始上小学四年级数学《分数的初步认识》单元前，可以上一节单元概览课，设计一张 Think-Puzzle-Explore 策略学习单，由于学生在三年级初步接触过分数，他们可以在“Think（思考）”这一栏列举自己对分数了解多少，这不仅帮助学生对自己已有知识有一个回顾，同时让教师对学生的学情有比较全面的了解。

3. 疑惑（Puzzle）：你对这个话题有什么问题或疑惑？要求学生深入思考并学会提问。教师应该引导学生记录自己存在的疑问，如：对于分数你还存在哪些问题或疑惑？你想知道关于分数的哪些知识？

4. 探究（Explore）：你怎么围绕这一话题探究自己的疑惑？我们应该如何解决这些疑惑？让学生在问题列表中选择一个问题，或者自己想出几个问题，然后向全班或者个别同学询问对这几个

问题的看法。教师应该首先提问自己：“我能从哪儿得到新信息？搜索的关键词是什么？什么样的资料值得查询？假如不查资料，我怎么解决自己的疑惑？我怎么回答自己的提问？”

5. 交流。如果以班级为单位进行交流，那么教师能够了解大部分学生的想法。在班级交流时，教师可以用事先准备好的较大的 Think-Puzzle-Explore 表格记录学生的想法，用“Think（思考）”进行已有知识的回顾，然后在汇总“Puzzle（疑惑）”时告诉学生他们的哪些疑惑将在本单元的学习中得到解答，哪些可以作为“Explore（探究）”的部分自己去课后探究。如果分小组探讨问题，那么教师应该规定学生提交小组报告，或者要求学生评论其他同学的答案，并按照主题相同/联系紧密进行分类。学生可以选择两人或多人一组共同探讨他们感兴趣的话题，并与其他小组分享交流。

（三）Chalk Talk（粉笔教学法 / 构想-回应）

Chalk Talk 策略是由火狐基金会的希尔顿·史密斯提出的，它适用于开放型讨论，需要给学生留出充足的时间，确保学生平等表述的机会，有助于促进学生非线性思维的培养。这一策略相当于无声的谈话，它对思维可视化有促进作用。

Chalk Talk 策略要求学生考虑各种观点和提问，记录下他人的反应和想法。这种“无声的谈话”有助于学生不间断地进行思考，并自行选择听取他人观点和评价的时机，学生可以自由改变思路、提出问题并思考问题。注入式思维过程强调通过合作的方式培养理解力，学生依次提出观点、互相提问并进一步阐述观点，开放性或探索性的特征使这一策略更容易为学生所接受。除此之外，由于学生不需要署名，因此提建议时他们变得更大胆。

Chalk Talk 策略的具体操作步骤如下：

1. 启动。首先，在一大张海报上写下学生的回答，每张课桌各放一份海报和一支记号笔。提前做好计划，是将学生分成固定的小组还是让他们在教室里自由走动，如果学生们以小组的形式进行学习，教师需要决定第一环节花费多长时间。

2. 导入。引导学生阐述自己的看法，并在海报上记录下自己的观点和疑问，鼓励学生评论并提问，同时对其他同学的回答进行讨论和补充。

3. 传阅。为学生提供充足的时间传阅海报、查看并补充答案。如果学生以小组形式学习，教师应保证给每组留出 5 分钟讨论时间并记录本小组的讨论结果。然后要求小组之间交换记录海报，可以每次都按照顺时针或每次都按照逆时针的方向传阅，默读上面的回答，补充自己的想法和疑问，这种形式的传阅能够给停滞僵化的“对话”注入新的活力。

4. 激励。教师应给各个小组布置任务，鼓励学生对小组成员的回答做出反应，这包括组织想

法、阐述观点、做出评价、询问细节等。同时，教师应积极参与学生讨论，为他们树立榜样，同时回答学生提问、总结评论，为学生提供新的见解和思路。

5. 交流。传阅结束后，教师应留给各组学生充足的时间仔细阅读记录在海报中增加的内容，询问学生他们更在意哪部分内容：他们是否赞成这些观点？哪些问题让他们惊讶？在听完学生的汇报后，询问他们经过 Chalk Talk 的训练后，思维能力有多少提高。

这个策略非常适合需要学生对同伴的思考进行即时阅读和补充的教学内容。比如，在小学四年级数学《算 24 点》这节课中，教学目标之一是学生能够用多种方法算 24 点，并总结快速算 24 点的策略，那么根据这个教学目标，我们可以设计 Chalk Talk 的活动，给每组学生一张不同的海报，每张海报上粘贴四张扑克，学生脑力风暴如何解出这道 24 点并记录在海报上，在各小组传阅并补充的过程中，学生练习了多道题，同时阅读到了其他组的不同解法，从中使自己得到启发。

（四）引入和探讨型“思维可视化”策略在小学数学课堂中的运用案例

上文提到，引入和探讨型“思维可视化”策略有助于介绍和探讨新观点，通常适用于单元最初，那么它就非常适合运用于“单元概览课”。

什么是“单元概览课”？一般而言，在我们的数学课堂教学中，我们会按照教材的顺序一道一道例题教，这种教学方式的安排形成了学生跟着老师一步一步走的状况，学生在学习每一道例题时可谓“只见树木，不见森林”。在这种学习模式下，学生的眼界是局部的，他们无法以整体的眼光来看待单元学习。那么每个单元学习例 1 之前，我们可以增设一堂“单元概览课”，重新建构单元学习流程，让学生先进行整体的架构和初步的感知，再进行局部的学习。那么“单元概览课”上我们干什么？（1）教师了解学生已有知识；（2）学生头脑风暴单元主题包含的内容；（3）教师整理学生对于该单元感兴趣的问题。这样一来，“Think-Puzzle-Explore”策略就非常适合用于“单元概览课”。以下将介绍一个小学四年级数学课例《分数的初步认识》，本课例尝试用 Think-Puzzle-Explore “思维可视化”策略作为单元先导课的工具，先用 Think 了解学生的已有知识，帮助教师对学生的学情做到心中有数，同时作为学前复习；再用 Puzzle 对学生感兴趣的单元问题进行梳理，把问题分类的同时，向学生介绍本单元将针对哪几个问题展开学习，让学生对整个单元的结构有大概的了解；然后把学生按照他们的问题分组，布置 Explore 任务，请他们讨论或独立确定探究的方式。

由于这节课是先于教材教学内容的一节“单元概览课”，教学主要目标是对分数单元有一个宏观的认识，教学过程就可以依照 Think-Puzzle-Explore 分为三步。上课前，教师设计准备好一份 Think-Puzzle-Explore 学习单，并且做一份大的 Think-Puzzle-Explore 海报便于在课堂反馈时使用。

 <p>THINK</p>	 <p>PUZZLE</p>	 <p>EXPLORE</p>
<p>What do you think you know?</p>	<p>What questions do you have?</p>	<p>How might you explore the puzzles?</p>

首先，教师提问：“关于分数，你认为你自己了解多少？”学生可以根据自己在三年级学习的关于分数的内容和日常生活经验，把他们的已有知识记录在“Think（思考）”这一栏，这不仅帮助学生对自己已有知识有一个回顾，同时让教师对学生的学情有比较全面的了解。

第二步，教师提问：“对于分数你还存在哪些问题或疑惑？你想知道关于分数的哪些知识？”学生在“Puzzle（疑惑）”这一栏记录自己想到的问题和兴趣点。接着，教师可以组织小组分享或全班分享。以全班分享为例，教师在黑板上张贴事先准备好的“Think-Puzzle-Explore”大海报，请学生依次分享自己在“Think（思考）”和“Puzzle（疑惑）”两栏中记录的内容，并将它们分类归纳在大海报上。在大海报上书写板书时，教师应注意将相似的内容分类书写在一起，尤其是关于“Puzzle（疑惑）”的部分，可以按照本单元要学习的顺序进行记录，把本单元不会学习的“疑惑”归类记录在最后，以便学生课后探究。当所有发言都被总结在海报上后，教师即可出示并介绍本单元的主要课题，告诉学生他们的哪些疑惑将在本单元的学习中得到解答。

Overview of the FRACTIONS unit 分数单元

1. 比较同分母分数的大小
2. 比较同分子分数的大小
3. 同分母分数的加减法
4. 相等的分数
5. 分数墙

第三步，列在海报最后面的那些“Puzzle（疑惑）”可以作为“Explore（探究）”的部分自己去课后探究，如有些同学提出“如何进行分数的四则运算”、“分数和小数之间如何转换”、“分数的分

母一定比分子大吗”等问题。教师可以根据学生的兴趣点和主题，将全班学生分成几个小组，在课后合作探究不同的“疑惑”，学生可以选择两人或多人一组共同探讨他们感兴趣的话题，并与其他小组分享交流。教师可以规定学生在单元学习结束时提交关于小组探究课题的探究报告，并且在单元结束时加上一节“单元延伸课”《分数的再认识》，请学生汇报分享自己的探究成果，每个同学对其他小组的成果进行评价和提问，促进更深层次的自主探究式学习。

这样设计的课程中，“思维可视化”策略被运用于教学，并服务于教学。教师通过学生的反馈来规划和随时调整教学内容、进度及深度，单元伊始和结束时各有一节“单元概览课”和“单元延伸课”，使得整个单元更完整、更宏观。

四、综合和系统化“思维可视化”策略

综合和系统化“思维可视化”策略一般出现在学生就话题进行初步探讨之后，有利于学生讨论和观察每个单元的新知识点。

（一）Generate-Sort-Connect-Elaborate: Concept Map（收集-排序-连接-细化：概念图）

Concept Map 策略适用于将知识或观点以系统化的形式呈现，它既能促进学生思考，又能揭示他们对概念的理解。其实，概念图的画法不仅仅局限于“收集-排序-连接-细化”这个过程，但由于学生总体而言不擅长绘制概念图，因此总结了这一步骤，从而帮助学生了解如何快速绘制一张概念图。

概念图能够揭示学生的非线性思考模式，加深他们对于话题的理解。同时，绘制概念图有助于学生组织思路，弄清各观点之间的联系，巩固思维和理解能力。鉴于概念图的以上优点，教师在教学过程中可以长期采用这一方法。“收集-排序-连接-细化”强调在合理利用概念图图形特征的基础上，关注思维步骤的变化。可利用概念图进行分析的主题或概念有很多，例如几何、小数的四则运算、运算定律和运算性质等等。这些主题由不同分支构成，因此存在多个层次。

一般而言，概念图的运用没有时间限制。教师可在单元伊始要求学生绘制概念图，从而掌握他们对话题的了解程度并引发相应的讨论；也可在单元中间提出要求，用以评价学生对已学知识的理解情况；更多情况下，在单元学习结束后要求学生绘制概念图，有助于他们回顾和梳理已学知识。

Concept Map 策略的具体操作步骤如下：

1. 介绍。了解学生对概念图的认知情况：如果学生知之甚少，教师需要解释概念图作为“思维可视化”的表征；如果学生熟知概念图，教师只需进行简要介绍并提醒学生按照步骤绘制概念图。
2. 收集。列出与话题相关的单词、观点等。学生可以根据话题需要列出其核心、分支、流程

The Micro Lab Protocol 旨在确保学生的平等参与度和贡献率。学生的讨论时间由教师掌控，这样所有小组和每个人都能得到同样的关注。每段发言之间的空隙时间为学生思考前一位发言者的发言内容提供了机会，有利于整个小组重新定位。等全部学生发言完毕，就可以开始小组讨论。经常在教学过程中使用 The Micro Lab Protocol 有助于培养学生良好的聆听、借鉴和联系的习惯，同时提高了学生的自信心和独立表达能力。

The Micro Lab Protocol 策略的具体操作步骤如下：

1. 介绍。教师应提前告知学生自己期望的讨论话题和讨论目标，以及留给学生的回答时间；然后，向学生详细介绍 The Micro Lab Protocol 的做法、发言顺序和时间安排（包括每轮发言时间和沉思时间）；要求每一组学生报数确定自己在小组内的序号，教师则负责计时任务。

2. 发言。发言时间一般为 1~2 分钟，每组 1 号学生发言时请其他同学保持安静，仔细倾听，并适当做笔记。教师事先准备好计时工具和提示音，提示音一响就要求 1 号学生停止发言。

3. 沉思。所有学生沉默 20~30 秒，思考前一位发言者的发言内容，并整理笔记。最初学生可能不习惯沉默，不过随着训练次数的增加，他们能够逐渐接受并理解沉思的作用。在此期间，教师引导学生回想他们所听到的内容。

4. 重复。重复前两个步骤，每组 2 号学生发言、全体学生沉思并整理笔记……以此类推，直到每位小组成员都有机会阐述完自己的观点。教师可以设计一张图表，方便学生记录和总结每位发言者的发言内容。

5. 讨论。在规定时间内（通常 5~10 分钟）内展开组内自由讨论，鼓励各小组学生联系、比较他人的观点并提出自己的疑问，将结论总结在笔记中，提示音一响立即停止讨论。

6. 交流。全班分享。

在小学二年级的《幻方》课堂教学中，由于教学目标之一是探究幻方的填数规律，因此在教学设计中可以使用 The Micro Lab Protocol 策略让学生进行小组讨论，每个人将自己发现的规律表达出来，然后进行小组总结。又如小学四年级数学的《算 24 点》课堂教学中，由于教学目标之一是要要求学生总结“算 24 点”的技巧，培养逆向思维的能力，因此在逆向教学设计中选择使用 The Micro Lab Protocol 策略展开小组讨论，总结速算 24 点的技巧，每个学生都被要求发言，并对小组观点做出贡献。

本策略广泛应用于课堂讨论，对于探究式的数学课堂，我们基本上都可以运用这个策略。

（三）I Used to Think..., Now I Think...（过去我认为……但现在我认为……）

I Used to Think..., Now I Think...策略适用于帮助学生反思随着时间的推移他们想法和观点的变化,旨在帮助学生回顾话题内容,探究思维改变的方法及其原因,包括进行课堂讨论或完成单元学习等,这有助于学生在巩固新知识的同时加深对问题的理解。学生通过探究思维改变的方法和原因,能够辨别其中存在的因果关系并提高自身的分析能力。同时,它有助于提高学生的元认知能力,即认知过程的自我觉察和自我评价。

I Used to Think..., Now I Think...策略的具体操作步骤如下:

1. 介绍。教师首先向学生解释该策略旨在帮助他们重新认识主题,了解想法的变化情况,可以事先准备好学习单让学生做好笔记,能够起到事半功倍的效果。

2. 回顾。在开始前,学生必须形成初步想法,用一分钟时间回顾并以“I Used to Think...”记录下自己最初的观点,然后给学生充足的时间思考他们观点的变化情况,再以“Now I Think...”写出之后的想法。

3. 交流。要求学生交流、解释他们观点的变化情况。最初可以全班分享,帮助学生熟悉这个“思维可视化”策略,并帮助教师了解学生整体情况。等学生掌握了分析、解释问题的技巧后,教师可以将它们分成小组交流观点,然后再整体讨论。

(四) 综合和系统化“思维可视化”策略在小学数学课堂中的运用案例

如前所述,综合和系统化“思维可视化”策略一般出现在学生就话题进行初步探讨之后,有利于学生讨论和观察每个单元的新知识点。这里介绍一个小学四年级数学案例《运算定律》,本案例尝试在教学课堂片段中使用 Concept Map (概念图)的“思维可视化”策略,帮助学生将阶段学习所得以文字的形式总结出来,有助于学生整理思路,为后续的学习做好准备和过渡。

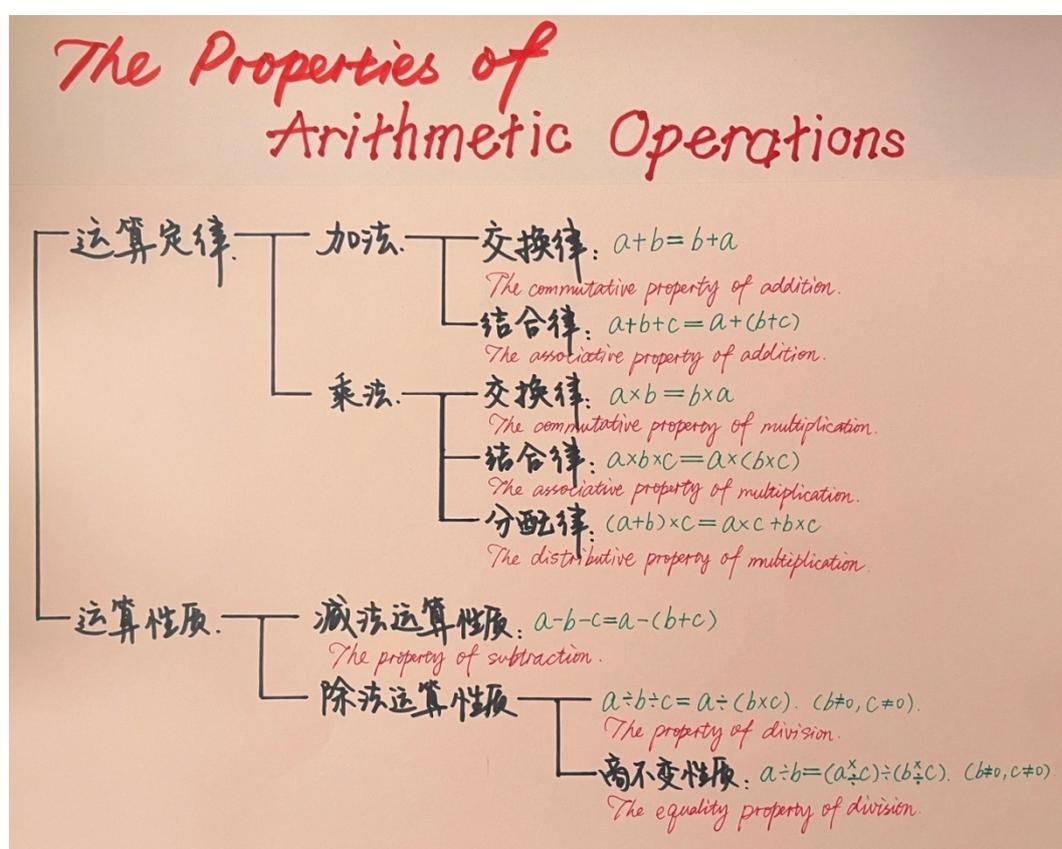
教学目标:

- ① 从实例中归纳加法交换律、结合律,乘法交换律、结合律、分配律,并能用字母表达式表示。
- ② 能运用交换律验算加法和乘法。
- ③ 能运用运算定律使一些计算简便。
- ④ 能运用运算定律解决一些实际问题。

基于这四个教学目标的基础上,从两方面制定了教学评价目标,一是要求大部分学生都能够达到的教学重点:“从实例中归纳运算定律。”另一方面是对于学习能力较强的学生,希望他们能够达到“根据具体情况选择算法,使一些计算简便”的较高要求。

这个教学内容可以分为 4~5 个课时，第一课时安排学生学习和归纳加法交换律和乘法交换律，第二课时安排学生学习和归纳加法结合律和乘法结合律，第三课时安排学生学习和归纳乘法分配律，第四~五课时安排学生学习和运用运算定律进行简便计算和解决一些实际问题。在第一~三课时完成后，即可布置学生在课堂上或课后完成一份概念图，总结所有运算定律名称及其字母表达式。学生总结的同时也是对所学运算定律的回顾和梳理，并为之后的简便计算做好铺垫和准备。总结的过程中，学生也会发现，加法和乘法运算定律有很多相似之处。这个教学过程只需要花费 5~10 分钟的时间，却能起到承上启下的效果。

在学习完小学四年级数学《整数的运算性质》后，教师同样可以布置学生将运算性质的知识梳理补充到这张概念图上，为学习下一课《看谁算得巧》做准备。



五、深入性和延展性“思维可视化”策略

深入性和延展性“思维可视化”策略帮助学生深入思考并考察问题的复杂性。

(一) Red Light, Yellow Light (“红黄灯”法则)

很多时候，尽管拥有思考技能，但人们却不善利用，这主要是因为应用场合不适宜。于是，大卫·帕金斯提出一条专门用于怀疑和提问的 Red Light, Yellow Light 策略，它有助于充分调动学生阅读和思考的积极性。这一法则利用交通信号灯的引申义，引导学生挖掘“红灯停、绿灯行、黄灯

缓”的深层含义。这个策略旨在帮助教师和学生探究材料中表明疑惑的具体时刻和标志。

Red Light, Yellow Light 策略中，“红灯”一般指阻碍你（作为读者/倾听者/观察者）继续阅读、聆听、观察或探究的材料，“黄灯”一般指哪些迫使你延迟行动或暂时停止的材料。

Red Light, Yellow Light 策略的具体操作步骤如下：

1. 介绍。简单介绍分析材料，不要发表任何评论，或者不向学生做任何讲解，要求学生挖掘材料的深层含义和主旨等。

2. 观察：要求学生独立或以小组形式寻找材料中表明疑惑的具体时刻和标志，利用交通信号灯的引申义，在犹豫、停顿的地方标上“红灯”，在需要仔细检查和特别注意的地方标上“黄灯”，那么剩下的部分就是“绿灯”。为了更加清楚地区分“红黄灯”，教师可以给学生分发红、黄亮色的马克笔或荧光笔做标记。

在小学数学课堂中，我们其实可以用“红黄灯”法则的引申方法，我会在课堂开始的时候给每个小组中间放一个纸杯，纸杯中放着红、黄两色路障玩具。在学生进行课堂探究或独自练习时，他们可能会遇到困难或障碍，当他们急需教师帮助的时候，就可以从中拿出一个红色路障玩具放在桌面上，教师看到后能够及时过去给予帮助；当他们需要教师帮助，却又没那么紧急的时候，他们可以从纸杯中拿出一个黄色路障玩具放在桌面，当教师处理完红色路障后，再去这些学生身边给予一对一的指导；桌面没有路障的学生，就表明目前没有遇到什么困难。这种策略能帮助教师及时发现学生遇到的障碍，并及时按需予以排除。

3. 收集。首先收集学生的观察、分析结果并制成表格：“R”表示“红灯”，“Y”表示“黄灯”。其次，教师应对学生的答案进行归纳整理，“交集”指大部分学生将其标为“红灯”或“黄灯”的部分。最后，要求他们解释将某一观点或部分为“红灯”或“黄灯”的原因并做好记录。

4. 交流。教师在绘制完成“红黄灯”表格后，引导学生跳出原有框架从整体上对这份表格做出分析，如“你怎样看待表格中出现的交集”。

（二）Claim-Support-Question（主张-证明-疑问）

Claim-Support-Question 策略适用于分析文本或解释数学、科学思维，用于了解并分辨某一论点或困境的矛盾双方，因此非常适用于数学课堂教学中探究新知。学生若想拥有批判性思维能力，必须善于发现问题、分析问题和解决问题，学会去伪存真。

教师和学生经常需要敢于提出自己的推论，然后去判断推论的真实性和准确性，而 Claim-Support-Question 策略能够帮助他们识别和探究这些观点。证明推论的过程中，要求学生首

先寻找样例，然后总结归纳，最后识别判断。有时这些论断也来自他人的观点，但教师和学生可以依照对事件的分析或对现象的调查提出自己的主张。在课堂上进行分析讨论时，学生经常简化这一过程，只回答同意或是不同意，长此以往，讨论变得越来越没有深度和挑战性。

Claim-Support-Question 策略的目的之一就是帮助学生通过仔细分析，判断某些主张正确的概率，这为他们提供了判断某一推论的有效性和真实性的机会：有什么证据能够证明推论的真实性？你为什么有所怀疑？这不仅有助于学生表达自己的看法，还有利于实现学生思维过程的可视化。

Claim-Support-Question 策略的具体操作步骤如下：

1. 介绍。首先向学生介绍“**Claim**（主张）”的具体含义，它包含很多内容：猜想、推测、推广、断言、声明、理论、假设等，简而言之，它是对“这里发生了什么事情”的说明和判断。然后向学生说明事情发生的背景和情景，而各小组的任务就是找出“发生了什么事情”，这样，课程结束时，学生能够对事件的真实性有一个更好的了解。

2. 主张（**Claim**）：在展开话题讨论之前，教师可以让学生先思考“你对这一话题有什么看法、主张或解释”，或者等课程开始后再回答问题“你能向大家解释说明你的主张吗”。教师应把全班同学的想法和主张记录下来，并在今后的教学过程中随时补充更多内容。

3. 证明（**Support**）：依照你所观察、注意、了解、发现的内容，怎样证明这一“主张（**Claim**）”的正确性？为了回答这个问题，学生一般会利用额外的实验、研究、发现或已学过的知识寻找证据来支持自己的“主张”。教师负责记录以确保大家都能看到，这一步的实质就是要求学生思考他人支持某一“主张”的原因。

4. 疑问（**Question**）：你还有哪些尚未解决的问题？是否存在尚未解释清楚的方面？你还有其他想法和观点吗？在这一步中，教师应引导学生进行合理怀疑，让他们在已有论据的基础上思考推论的真实性和准确性。

5. 交流。教师应随时记录学生思维的变化情况，指导他们进行合理怀疑或借鉴他人的观点，同时要求学生从众多“主张”中挑选自己支持的观点，根据可信度从“仍有怀疑”到“完全赞成”依次进行排列，明确表示自己的态度和立场。

Claim-Support-Question 在小学数学课堂教学中可以说是最常用的“思维可视化”策略之一。例如，在小学四年级数学课堂中探究如何“求形状不规则物体的体积”时，学生可以运用该策略猜测适用的测量方式，并用自己设计的实验进行验证。在小学五年级数学课堂中学习《整数的运算定律推广到小数》时，学生同样可以运用该策略对整数的运算定律和运算性质是否同样适用于小数的运算进行推测和论证，这同时培养了学生知识迁移的能力。又如，在小学五年级学习《列方程解决问题》时，如何判断最后运算出 X 的值是不是方程的解，这时学生论证的过程其实就是检验方程

的解是否正确的过程,只不过不再是教师教授这一过程,而是通过学生的探究得到这一检验的过程,这其实就是推论、证明、最后得出结论的科学过程和方法。

(三) Tug-of-War (拔河)

Tug-of-War 适用于研究对比鲜明、解决方法明确的问题或事件,了解并分辨某一论点或困境的矛盾双方。人们处于进退维谷的境地时,最常联想到的就是拔河比赛的场景。确定看待问题的立场并给予证明是一个重要的技能,不过有时候仓促的决定和捍卫自己的立场可能导致思维片面化,把问题看得过于简单。Tug-of-War 策略旨在帮助学生理解困境或问题的对立双方包含的复杂要素,它鼓励学生进行全面考察,认真思考矛盾双方的各个因素。学生通过不断探讨,最终能够理解矛盾的复杂性。

Tug-of-War 策略的具体操作步骤如下:

1. 介绍。确定用于班级讨论的话题,可从当前研究或新的学习材料中挑选。学生需要具备识别问题或困境的能力,教师可以询问:“你认为问题在哪儿?”或者:“这个问题是关于什么内容的?”一旦学生明确研究内容,教师须在白板或大的海报纸上画一条线代表拔河绳,让学生在绳子两端写下两种对立的观点并贴上标记。

例如,在小学五年级数学《平均数》的课堂教学中,数学小组有5个人参与打靶,语文小组有6个人参与打靶,小巧认为应该计算小组打靶总成绩,小白兔认为应该计算每组平均1人的成绩,怎样比较成绩更合适呢?这是刚接触平均数问题时学生常有的疑问,这时候就可以运用 Tug-of-War 策略,将学生的观点分成两方,分别进行论述,从而引入平均数的概念。同样,在计算一组数据的平均数时,零值数据要不要计算在内,这也是学生常常有争议的问题,这时同样可以运用 Tug-of-War 这一策略,让学生分别进行论述,在辩论的过程中,教师不再需要自己论述两方面的观点,而是由学生进行探究,依次说出自己的观点,同时在权衡别人观点的过程中随时调整自己的“拔河”位置,这种思维方法能够真正帮助他们理解和解决这些难题。

2. 考虑“分力”。尽可能多地要求学生充分寻找和收集其中一方观点的“分力”或支持因素,不必考虑教师的意见。学生可以在便利贴上写下理由,这样有利于观点的改变和移动。

3. 放置“分力”。将学生分成小组或全班共同讨论各条“分力”的位置,把关注点放在解释分析放置原因和比较各条“分力”的大小上。

4. 提问:“假使……该怎么办”类型的问题。教师将学生的回答记录在不同颜色的便利贴上,放置在“拔河绳”的两侧。这有助于学生进一步探究问题、因素或关注点。

5. 交流。假如学生以小组形式完成任务，那么教师不妨留出一些时间思考各小组的“拔河”示意图。你是否想出新的观点？你们对待困境的看法是否一致？如果不同，那么是什么改变了你们的想法？又有什么补充观点？你们如何归纳其他小组的看法？

（四）深入性和延展性“思维可视化”策略在小学数学课堂中的运用案例

所有的深入性和延展性“思维可视化”策略中最常在数学课堂中使用的是 Claim-Support-Question 策略，因为它非常适合用于理科的推断、解释及证明过程。如，小学五年级数学课例《求形状不规则物体的体积》尝试在学生探究过程中使用 Claim-Support-Question 这个策略引导学生经历观察→猜想→实践验证→得出结论→应用的整个过程，优化实验方案，培养学生严谨的科学实验能力。

教学目标：

- ① 会用量具和容器测定不规则物体的体积。
- ② 体验用不同方法求不规则物体体积的方法。
- ③ 在观察→猜想→实践验证→得出结论→应用的过程中，运用思维可视化策略

“Claim-Support-Question（主张-证明-疑问）”优化实验方案，培养严谨的科学实验能力。

基于这三个教学目标，从两方面制定了教学评价目标，一是要求大部分学生都能够达到的教学重点：“会用排水法求不规则物体的体积。”另一方面是对于学习能力较强的学生，希望他们能够达到“能根据物体的特点，选择不同的方法求不规则物体的体积”的较高要求。

这堂课的探究重点在于，学生用学过的长方体及正方体体积公式、计算组合体体积的割补法都无法计算形状不规则物体的体积，于是他们要自己提出别的方法来求这些形状不规则物体的体积。

在快速复习完体积与容积的概念、体积单位和容积单位的换算等知识后，教师出示“乌鸦喝水”的视频作为引入，并提问：“乌鸦为什么一开始喝不到水，后来又喝到水了？”学生可能出现的回答有“石头使水面升高了”、“石头占用了瓶中一定的空间，就把水往上挤了”、“石头的体积转化为上升的那部分水的体积”等。这时候教师就可以抛出问题：“如何求形状不规则物体的体积？”

首先，教师让学生猜一猜每个桌上的石头体积是多少，然后鼓励学生自己独立思考并对求石头体积的方法提出猜想，下发事先设计好的“Claim-Support-Question”表格，请学生将自己的猜想写在“Claim（主张）”这一栏，实现思维的可视化。接着给学生一定的时间进行小组讨论，在组内分享自己写的“Claim”，并根据讨论结果补充自己写的“Claim”这一栏。然后请几位同学向全班分享“Claim”，你打算用什么方法测量形状不规则物体的体积？在测量过程中，你需要注意什么？

Claim-Support-Question

Name: _____

What is your <u>claim</u> ?	What evidence can you find to <u>support</u> your claim?	What new <u>questions</u> does your claim and its evidence raise?										
 <p>1) How do you think you can measure irregular-shaped objects? 你打算用什么方法测量形状不规则物体的体积?</p> <p>2) What are some ways that you should avoid to negatively affect the results? 在测量过程中, 你需要注意什么 (避免哪些会影响实验结果的因素)?</p>	 <p>What are your detailed procedures to measure the irregular-shaped objects? 你测量形状不规则物体体积的具体步骤是什么?</p> <p>Steps 步骤:</p> <p>①</p> <p>②</p> <p>③</p> <p>④</p> <p>The volume of the rock is _____.</p> <p>● Starting Volume 原来的读数: _____</p> <p>● Volume now 现在的读数: _____</p> <p>计算过程:</p>	 <p>What new questions did your experiment create? How did your answer them or how do you think you can improve your experiment? 你的实验中出现了什么新问题? 你是如何解决这些新问题的? 或者你觉得你的实验可以怎么改进?</p> <table border="1" data-bbox="1053 571 1396 952"> <thead> <tr> <th>New questions 出现的新问题</th> <th>Your answer 解决方法</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td>→</td> </tr> <tr> <td></td> <td>→</td> </tr> <tr> <td></td> <td>→</td> </tr> <tr> <td></td> <td>→</td> </tr> </tbody> </table>	New questions 出现的新问题	Your answer 解决方法		→		→		→		→
New questions 出现的新问题	Your answer 解决方法											
	→											
	→											
	→											
	→											

第二步的“Support (证明)”就是需要学生亲自动手用实验来验证自己的主张和猜想的过程。教师只需要为学生提供水和量杯, 让学生小组合作将自己的猜想付诸于实践, 验证自己的想法是否可行。这里要给学生充分的实验时间, 因为学生在实验过程中会发现各种问题, 他们就需要时间去思考如何调整自己的实验方案或修改实验步骤来解决问题, 并将自己的实验步骤、实验数据记录在“Support”这一栏。实验结束后, 请学生分享“Support”这一栏。期间, 学生可能有三种方法:

- ① 量杯中先倒入适量的水, 读数并记录; 再放入物体 (完全浸没在水中, 并且水位不超过最高刻度), 再次读数并记录。此时, $V_{\text{物体}} = V_{\text{上升部分}}$ 。
- ② 量杯中先放入物体, 再倒入水 (水淹没物体, 并且水位不超过最高刻度), 读数并记录; 再拿出物体, 尽量沥干, 再次读数并记录。此时, $V_{\text{物体}} = V_{\text{下降部分}}$ 。
- ③ 先把容器装满水 (容器放在托盘里), 再将物体放入容器, 接着把溢出的水从托盘倒入量杯中, 读数并记录。此时, $V_{\text{物体}} = V_{\text{溢出部分}}$ 。

这时就能得出结论, 像这种把不规则物体的体积转化为求上升、下降或者溢出部分水的体积的方法, 称之为“排水法”, 此时物体的体积就等于排开水的体积, 这就是数学中的转化思想。

第三步, 邀请学生填写“Question (问题)”这一栏, 教师可以提问: “你的实验中出现了什么新问题?” “你是如何解决这些新问题的?” 或者 “你觉得你的实验可以怎么改进?” 写完后请学生分享。这时学生可能会提出: “如果物体浮在水面上怎么办?” “如果物体不防水怎么办?” “如

果物体体积太小，在量杯中读不出体积变化怎么办？”那么学生就会发现教师提供的材料中还有苹果或泡沫塑料（会浮在水面），U 盘（不防水，不能浸在水里），螺丝钉或橡皮（体积很小），沙子，回形针，牙签，细绳，量筒等。学生可以选择其中几种物品和所需材料，再次在观察→猜想→实践验证→得出结论→应用的过程中，运用思维可视化策略“Claim-Support-Question”优化实验方案，通过反复实验及改进实验过程，求得体积，并填表。

最后，学生在分享组内所测的物体特点、实验中出现的新问题、所用的测量方法、操作过程和测得体积的过程中，发现：

- ① 浮在水面上的物体：可以用“排沙法”，或用非常细的物品（如铁丝、针、牙签等）把它戳到水面以下，或把物体系上一个石头类重物一起没入水中，测出物体+重物的总体积，再减去测出的重物体积。
- ② 不能浸在水里的物体：同样可以用“排沙法”或排开其他颗粒细小物体的方法。
- ③ 体积很小的物体用量筒，体积较大的物体用量杯。

通过运用“Claim-Support-Question”策略，学生用科学的方法反复经历“观察→猜想→实践验证→得出结论→应用”的完整探究步骤，并且将其中经历的思维变化“可视化”地书写在教师设计好的表格中，这使得他们的思维有据可循，方便反复去回顾和修正，对于调整和反思猜想和实验过程有很大的帮助，也能清晰地看到一步步得出结论的全过程。

六、小学高年级数学课堂基于“思维可视化”策略的综合运用案例

其实，各种“思维可视化”策略都不一定要单独存在，由于它们的侧重点不同，我们甚至可以在一堂课中使用两种或两种以上的策略。以下将介绍一个小学四年级数学课例《算 24 点》，本课例尝试在教学不同阶段针对不同教学目标使用“Chalk Talk（粉笔教学法）”，“The Micro Lab Protocol（模拟实验设计法）”及“I Used to Think…，Now I Think…”（过去我认为……但现在我认为……）”三种主要的“思维可视化”策略，最后一个小环节辅以“Red Light, Yellow Light（红黄灯）”策略的变式应用，帮助学生将自己的思考过程以文字的形式呈现出来，提高学生思维能力，同时帮助教师规范学生行为、加强互动、组织活动、增加交流、制定讨论原则。

教学目标：

- ① 知道“算 24 点”的游戏规则和方法。
- ② 能借助树状算图逆推，总结“算 24 点”的策略和技巧，培养逆向思维的能力。
- ③ 知道四则混合运算的运算顺序，能将分步列式合并成综合算式，并正确使用括号。

④ 运用“思维可视化”策略，发展思考能力、交流能力、倾听能力和合作能力。

基于这四个教学目标，从两方面制定了教学评价目标，一是要求大部分学生都能够达到的教学重点：“能用 1~10 中给定的数或扑克牌‘算 24 点’，并探究‘算 24 点’的策略和技巧。”另一方面是对于学习能力较强的学生，希望他们能够达到“能有序归纳‘算 24 点’的策略和技巧，并运用这些策略用多种方法‘算 24 点’（包含 1~K）”的较高要求。

这节课的教学重点是探究算 24 点的技巧，在讲解了“算 24 点”的游戏规则后，要求学生自己在课堂中探究“算 24 点”的多种方法和速算策略，因此先选取了“Chalk Talk（粉笔教学法）”这个策略：每组分发一张不同的海报，海报上粘贴四张扑克，要求学生以小组合作的形式，在 1 分钟内脑力风暴，尽可能多地找出每道题“算 24 点”的方法。1 分钟结束后以顺时针的方向传阅，并添加新的算法在桌上的海报中。传阅结束后，留给各组学生 1 分钟的时间仔细阅读记录在海报中增加的内容。在各小组传阅并补充的过程中，学生练习了多道题，同时阅读到了其他组的不同解法，从中使自己得到启发。

接下来就要求学生在经过这些题目的练习和浏览别人的方法后，总结速算 24 点的技巧。因此教师设计了一张学习单，综合了“The Micro Lab Protocol（模拟实验设计法）”和“I Used to Think…，Now I Think…”（过去我认为……但现在我认为……）”两个策略（注：一般而言，“The Micro Lab Protocol”策略经常和其他策略配合使用）：

The Micro Lab Protocol		
What are the strategies of calculating 24 quickly?		Name: _____
I used to think ...	My classmates think ...	Now I think ...
	<ul style="list-style-type: none">• _____ said: _______________• _____ said: _______________• _____ said: _______________ 	

首先，学生思考后在“I used to think…（过去我认为……）”栏写下自己速算 24 点的策略和技巧，教师介绍“模拟实验设计法”的做法、发言顺序和时间安排（包括每轮发言时间和沉思时间）。接着，每组 1 号学生发言 30 秒分享自己的策略和技巧，其他学生不说话、仔细倾听并在“My classmates think…（我的同学认为……）”栏做适当笔记；1 号学生发言完，所有学生沉默 30 秒，

思考前一位发言者的发言内容，并整理笔记；然后每组 2 号学生发言 30 秒，随后 30 秒沉思……以此类推，直到每位小组成员都有机会阐述完自己的观点。然后，组内自由讨论，并整理小组观点，将结论写在“Now I think…（但现在我认为……）”栏。最后，全班分享速算 24 点技巧的同时，教师总结在白板上。

这些策略的选择有助于学生不间断地进行思考，并听取他人的观点和评价，通过合作和独立思考两种方式培养思维能力。学生依次提出观点，确保学生的平等参与度和贡献率，提高他们倾听、独立表达和总结的能力。他们还需要探究思维改变的方法及其原因，并将其探究和讨论的成果应用于之后的课堂练习中。

在之后的练习中，教师要求每个学生独立在 iPad 游戏中挑战 24 点。在 iPad 游戏的练习过程中，如学生遇到困难需要老师帮助，可以在桌上放一个黄色小路障；如学生无法继续，急需老师帮助，则在桌上放一个红色小路障。这也是“Red Light, Yellow Light（红黄灯）”的一种变式运用，使课堂更高效，教师的帮助和引导更及时。



“思维可视化”策略在小学数学课堂中的应用不仅仅局限于本文列举的这几个，还有更多策略等待我们去尝试和实践，在学习单的设计上，我们也应该根据逆向教学设计思路去完善和探究更可行的方案。你一旦开始在自己的课堂中尝试运用“思维可视化”策略，就能从中得到灵感和启发，同时从学生身上吸取教训，推进学生深层次的探究、学习和理解，对课堂教学产生积极的影响。