

# 核心素养导向下的“网格中求解锐角三角比”教学实践

上海市南洋初级中学 吴钰蓉

**摘要：**本研究以“网格中求解锐角三角比”的教学为例，探讨在核心素养导向下，如何借助网格这一载体，实现数学知识与思想方法的融合。文章设计了从特殊到一般、从格点到非格点、从可解到不可解、从网格到坐标系的递进式教学环节，培育学生的几何直观、推理能力、转化思想。通过问题驱动、探究建构、迁移应用等策略，引导学生掌握构造直角三角形、平移构造等角等方法，并在归纳中形成结构化知识体系。实践表明，网格情境能有效整合知识学习与素养发展，实现方法迁移与思维进阶。

**关键词：**网格；锐角三角比；核心素养；几何直观；转化思想

## 一、引言

### 1.1 研究背景

《义务教育数学课程标准（2022年版）》指出，数学课程要培养学生的核心素养主要包括“会用数学的眼光观察现实世界、会用数学的思维思考现实世界、会用数学的语言表达现实世界”。因此教师在教学中需从“知识传授”转向“素养培养”，从“解题训练”转向“思维发展”，让学生在真实、可操作的情境中经历数学化过程，发展关键能力。

锐角三角比是初中数学的重要知识点，既是几何与代数的交汇点，也是后续学习三角函数的基础。新课标对锐角三角比的教学要求包括：理解锐角三角比的概念，掌握特殊角的三角比值，能运用锐角三角比解决实际问题。这些要求不仅指向知识本身，更强调在具体情境中运用知识解决问题的能力。

### 1.2 网格作为教学载体的价值

网格是由单位正方形组成的平面图形，它作为一种直观的数学载体，蕴含着直角、单位长度、平行关系等信息，为锐角三角比的教学提供了理想情境。

近年来，“网格中求解锐角三角比”的题型频繁出现，其教育价值主要体现在：首先，网格问题具有情境真实性，因为网格是学生从小熟悉的图形，能够降低认知负荷，使学生更快进入问题情境；其次，网格问题具有操作探究性，学生可以在网格上画图、构造、计算，通过动手操作理解数学本质；最后，网格问题的背后承载着分类讨论、数形结合、从特殊到一般、转化等数学思想方法。

### 1.3 教学中的现实困境

网格问题虽然具有丰富的教育价值，但在实际教学中，学生面对网格背景下的锐角三角比问题，尤其是当角的顶点不在格点上时，常常束手无策。究其原因，是学生的思维层次和策略意识不足，缺乏将复杂问题转化为简单问题、将未知问题转化为已知问题的能力，而这正是核心素养中“几何直观”与“推理能力”的应有之义。具体而言，主要存在以下困境：

困境一：思维的浅层化。学生满足于“算对答案”，而缺乏对方法的归纳、对思想的提炼，导致学习停留在技能层面，难以形成可迁移的策略。

困境二：策略意识薄弱。面对网格中的角，学生往往只会“找直角三角形”，当角的顶点不在格点上或三角形不是直角三角形时，学生容易陷入困境。

困境三：方法单一且固化。部分学生经常用“作高法”，对于平移构造等角的灵活策略缺乏认知。

基于以上分析，本研究以“网格中求解锐角三角比”一课为例，探讨如何借助网格情境落实数学思维、数学方法和数学能力等综合素养，实现数学知识与思想方法的融合，帮助学生构建系统的解题策略体系，发展数学核心素养。

## 二、核心素养导向下的教学内容分析

### 2.1 教学内容定位

本课源自沪教版九年级上册第二十五章《锐角的三角比》，教学对象为九年级学生。在此之前，学生已学习锐角三角比的定义及基本求法，具备在直角三角形中求解三角比的能力。然而，面对网格背景下的图形，学生往往缺乏有效的解题策略。

本课的核心任务是：引导学生掌握在网格中求解锐角三角比的一般方法，尤其是当所求锐角的顶点不在格点上时，如何通过构造、平移、转化等方式求解。这一过程不仅是知识技能的巩固，更是几何直观、推理能力和转化思想的综合运用。

### 2.2 核心素养培育的着力点

结合教学内容，本课重点培育以下核心素养：

核心素养	内涵解读	本课着力点
几何直观	借助图形描述和分析问题，建立形与数的联系。	利用网格的直角、单位长度等信息，帮助学生把握图形本质。
推理能力	包括合情推理和演绎推理，是数学思维的核心。	从格点三角形到非格点三角形的递进探究，引导学生经历“观察—猜想—构造—验证”的推理过程。
转化思想	将复杂问题转化为简单问题，是解决问题的策略。	将非直角三角形转化为直角三角形，将非格点角转化为格点角，将网格问题迁移到坐标系问题。

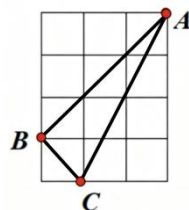
### 2.3 教学设计中的素养落地策略

#### (1) 问题驱动：从特殊到一般，培育几何直观

本环节教师设计了四道格点三角形中求解锐角三角比的引入题。

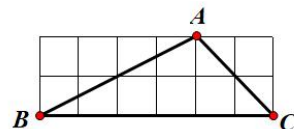
教学片段：

1.如图，网格中的每一个正方形的边长都是1， $\triangle ABC$ 的每一个顶点都在网格的格点处，则 $\tan A$ 的值为（ ）。



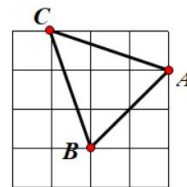
分析：本题 $\angle A$ 在 $\triangle ABC$ 中，根据勾股定理逆定理，可得 $\angle B$ 为直角，再计算BC和AB的长，可得答案。

2.如图，网格中的每一个正方形的边长都是1， $\triangle ABC$ 的每一个顶点都在网格的格点处，则 $\tan B$ 的值为（ ）。



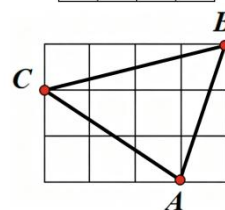
分析：本题意图让学生添加高线，把问题转化到直角三角形中求解。本题中高线较易找到。

3.如图，网格中的每一个正方形的边长都是1， $\triangle ABC$ 的每一个顶点都在网格的格点处，则 $\cos B$ 的值为（ ）。



分析：本题继续引导学生添加高线，通过计算可得 $\triangle ABC$ 是等腰三角形，进而利用等腰三角形“三线合一”的性质和勾股定理求出相关边长。

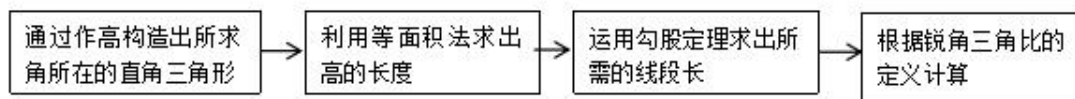
4.如图，网格中的每一个正方形的边长都是1， $\triangle ABC$ 的每一个顶点都在网格的格点处，则 $\sin B$ 的值为（ ）。



分析：要求出 $\sin B$ 的值，需要把 $\angle B$ 放到一个直角三角形中，可以通过点A或点C作 $\triangle ABC$ 的高，不妨过点A作 $AD \perp BC$ 交BC于点D，利用等面积法求出高AD的长度，再利用勾股定理求出AB，从而计算出 $\sin B$ 的值。

设计意图：这四道题旨在带领学生回顾网格背景下的解直角三角形问题。这

一设计包含两条逻辑线索：第一条是从解题方法上看，第一题中的三角形本身就是直角三角形，无需添加高线；而后三题均需要添加高线才能构造直角三角形；第二条是从认知规律上看，渗透“从特殊到一般”的思想：前三题均为特殊三角形，学生能够较快求解，获得成功体验；第四题则是一般形式的格点三角形，需要学生综合运用多种知识和方法。通过对比，引导学生归纳得出：任意格点三角形的锐角三角比都是可以计算的。对于一般的格点三角形求解步骤：

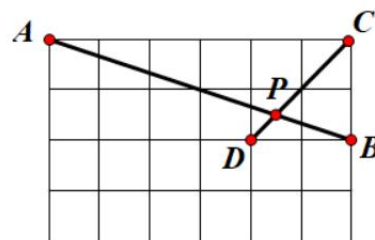


**素养体现：**在网格中学生无需抽象想象，而是可以直接描点、连线、构造，将抽象的三角比转化为可计算、可操作的几何对象。这一过程中，学生通过观察、操作、计算，逐步建立起“网格→直角→线段比→三角比”的直观链条，几何直观在具体情境中自然生长。这种“看得见”的数学，正是几何直观的核心要义。学生需要根据已知条件选择适当的求解路径，体现分析性思维。

## (2) 探究建构：从格点到非格点，发展推理能力

当学生初步掌握格点三角形的求解方法后，教师呈现例题见下。此问题的难点在于：所求锐角的顶点 P 不在格点上。

**【问题背景】**如图，在边长都为 1 的小正方形组成的网格中，点 A, B, C, D 都在这些小正方形的顶点上，AB, CD 相交于点 P，求  $\tan \angle APD$  的值。



**教学片段：**教师引导学生思考：“顶点不在格点上，怎么办？”学生经过讨论，提出以下方法：

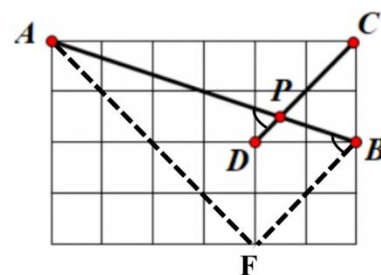
### 1. 构造直角三角形：

方法 1. 利用  $AC \parallel BD$  可求 PD，再利用面积法求得  $\triangle ABD$  在 AB 边上的高 DH，在  $Rt\triangle DPH$  中由勾股定理可求 PH，则  $\tan \angle APD$  的值在  $Rt\triangle DPH$  中可求。

方法 2. 延长 PD 至 D 点左下一格的格点 E 处，联结 AE，可得  $\angle AEP$  是直角，由于 PD 可求（同法 1），则  $\tan \angle APD$  的值在  $Rt\triangle AEP$  中可求。

### 2. 平移构造等角：

方法 3. 平移 CD 使点 C 与点 B 重合，点 D 与点 F 对应，使  $BF \parallel CD$ ，则  $\angle APD = \angle ABF$ ，由勾股定理逆定理可得  $\angle AFB$  是直角，则  $\tan \angle ABF$  的值在  $Rt\triangle ABF$  中可求。



学生在尝试与交流中发现，由于 PD 在网格中可求，以上方法均可实现。这一过程体现了推理的层次性：从“不能直接求”到“可以转化求”，学生经历了从困惑到突破的完整思维过程。

**设计意图：**本题锐角顶点不在格点处，依托线段 PD 可解的特殊性，为学生提供了多路径探究的空间。学生既可通过构造直角三角形直接求解，巩固已有策略；也可通过平移构造等角再求解。在比较中，引导学生感受平移构造等角的计算简洁性，并埋下“当直接构造困难时，可从等角关系入手”的思维伏笔，为后续“探索延伸”的转化思想内化奠定基础。

**素养体现：**推理能力不仅表现为逻辑演绎，更体现在面对复杂情境时，能通过观察、联想与尝试，主动寻找转化路径，构建可解的数学模型。本环节中，学生从“不能直接求”的认知冲突出发，在构造直角三角形与平移构造等角的多策略交流中，逐步形成“化未知为已知、化

复杂为简单”的思维倾向，几何直观与推理能力在真实的转化过程中协同发展。

### (3) 探索延伸：从可解到不可解，内化转化思想

为进一步深化学生对转化思想的理解，教师设计了“探索延伸”环节。与例题不同的是，此时线段 PD 难求解，例题中的构造直角三角形方法失效。

【探索延伸】如图，在边长为 1 的正方形网格中，AB 和 CD 相交于点 P，求  $\angle APD$  的正弦值。

**设计意图：**此环节通过与例题的对比——从“线段 PD 可解”到“线段 PD 难解”，迫使直接构造直角三角形的方法失效，从而凸显“平移构造等角”作为一般性方法的价值。旨在让学生经历“方法局限—策略反思—本质提炼”的过程，自主归纳出此类问题的核心思路不是求特定线段，而是将所求角顶点平移到格点处，深刻体会转化思想在几何求值中的作用。

**教学片段：**此环节通过对比凸显新策略的价值。两题形成对比：第一题还有“直接构造”的可能，第二题则“迫使”学生寻找新策略。学生会先尝试直接构造直角三角形，学生很快受阻，发现线段 PD 长度不可求。在学生思维受困时，教师顺势引导：“既然线段求不出，能否在网格中找一个  $\angle APD$  的等角？”学生的思路由此从“算边长”切换到“移等角”。回顾平移的本质后，学生尝试平移 AB 使得点 B 与点 C 重合，成功地将所求角转化为顶点在格点上的等角  $\angle DCE$ ，而  $\angle DCE$  的正弦值求法与本课前面解决过的第四小题一致，问题迎刃而解。整个过程让学生真切体会到，平移的核心价值不在于移动线段本身，而在于构造出可解的等角。

**素养体现：**转化思想的内化标志是能“化复杂为简单”。从“依赖线段可解”进阶到“依赖等角关系”，学生完成了思维从特殊条件到一般关系的跨越。当领悟到“平移的目的不是移线段，而是移角”时，转化便从操作技能升华为策略意识，推理能力也从方法运用深化为稳定、自觉的思维习惯，这正是数学核心素养发展的关键表征。

### (4) 迁移应用：从网格到坐标系，实现素养融通

教师呈现思考题：如图，在平面直角坐标系  $xOy$  中，直线  $y = x - 3$  分别交  $x$  轴、 $y$  轴于 A、B 两点，点 C 的坐标为  $(1, -4)$ ，联结 AC，求  $\angle BAC$  的正切值。

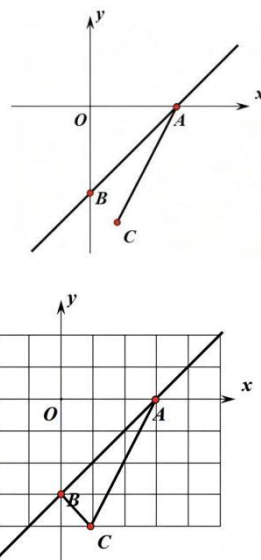
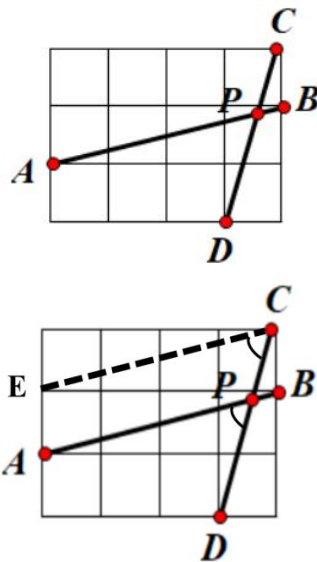
**设计意图：**此题是在平面直角坐标系背景下求解锐角三角比。学生一般会通过一线三等角模型或勾股定理的逆定理两个角度去证明  $\angle ABC$  是直角。这一问题的本质与网格问题高度相似，但背景从网格变为坐标系。右图（背景添加网格）三角形与本课中第一小题一致，让学生充分思考与感受在网格背景下与平面直角坐标系背景下求解锐角三角比的方法的异同。

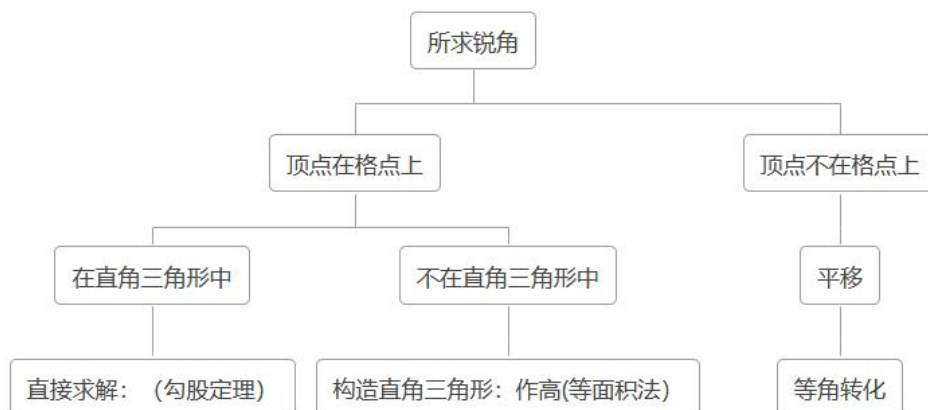
**教学片段：**教师引导学生思考：“坐标系中的点与网格中的格点有何联系？”实际上，坐标系同样提供了“直角”和“单位长度”，同样可以构造直角三角形求解。通过类比，学生将网格背景下的解题经验迁移到坐标系情境中，坐标系本质上是代数化的网格，两点间距离公式对应勾股定理。这一认识有助于学生建立“网格—坐标系”之间的模型观念，实现知识的正向迁移。

**素养体现：**核心素养的最终指向是“迁移与运用”。本环节中，学生不仅巩固了锐角三角比的求解方法，更体会到数学知识之间的内在联系，将网格中习得的策略应用于平面直角坐标系问题，体现数学的应用价值，形成了“问题情境虽有变化，数学本质始终如一”的深刻认识。

### (5) 归纳总结：从方法到思想，达成素养贯通

最后，教师引导学生以思维导图的形式，归纳网格中求解锐角三角比的一般策略：





思想方法：特殊到一般的思想、转化思想、化归思想

**设计意图：**归纳总结不是教师的“独角戏”，而是师生共同建构的过程。学生需要反思：今天学到了哪些方法？这些方法之间有什么关系？什么情况下选择哪种方法？这种反思有助于形成结构化的知识体系。

**素养体现：**这种深度的回顾，首先是对抽象能力的提炼—学生要从具体的题目中抽取出具有普适性的解题策略。同时，要求学生用准确的数学语言描述自己的思路，这是对数学表达的有意识训练。更重要的是，这一过程引导学生反观自己的学习过程，调节所用的策略，本质上是在发展学生的元认知能力。通过这样的总结，零散的方法才可能被内化为结构化的知识体系。

### 三、素养达成度分析与教学思考

#### 3.1 素养达成度分析

本课以网格为载体，以问题为驱动，引导学生在具体情境中探究锐角三角比的求解方法，在操作体验中发展几何直观，在探究建构中提升推理能力，在迁移应用中内化转化思想。实践表明，网格情境能够有效整合数学知识与思想方法，为核心素养的培育提供有力支撑。

本课在多个维度落实了新课标的核心素养要求，现从知识、能力、思想、品格四个层面进行系统分析。

**知识层面：**从碎片化到结构化。传统教学往往将“网格中求锐角三角比”视为孤立的解题技巧，本课将其置于锐角三角比知识体系中进行教学。学生不仅学会了“怎么做”，更理解了“为什么这样做”。这种结构化认知有助于知识的长期保持和灵活提取。

**能力层面：**从单一技能到综合素养。本课培养的是综合性的数学素养，具体表现为五种关键能力。几何直观方面，学生在网格中能快速识别直角、构造直角三角形，将抽象的三角比转化为直观的线段比。构造能力方面，学生能根据需要灵活作辅助线、平移线段。计算能力方面，学生能准确运用勾股定理、面积公式等工具。推理能力方面，面对非格点角，学生能主动尝试构造、平移等策略，推理过程清晰、逻辑严谨。迁移能力方面，学生能将网格问题与坐标系问题建立联系，实现方法迁移，体现良好的策略意识。

**思想层面：**从隐性存在到显性提炼。数学思想是核心素养的灵魂。本课对数学思想的处理不是“贴标签”，而是在问题解决中自然渗透，在归纳总结中明确提炼：从4道引入题的整体设计体现特殊到一般的思想；从“平移构造等角”的策略体现转化思想；从线段长度计算与图形构造的互动中体现数形结合思想。

**品格层面：**从被动接受到主动建构。本课通过问题链设计、认知冲突创设、策略自主发现等环节，培养了学生的数学学习品格：面对困难时的坚持、对多种解法的开放态度、对方法背后思想的探究欲望。这些品格是核心素养的重要组成部分，也是学生终身发展的基础。

### 3.2 教学思考

1.精选载体，让素养落地有依托。网格、坐标系等直观载体能有效降低认知负荷，帮助学生聚焦数学本质，教师应善于发掘此类载体的教学价值。

2.问题驱动，让思维生长有阶梯。通过递进式问题链，引导学生从“会算”走向“会想”，在问题解决中发展高阶思维。

3.关注迁移，让素养提升有延伸。打破课时边界，建立知识联系，引导学生在不同情境中灵活运用所学策略，实现素养的融通与升华。

#### 参考文献

[1]中华人民共和国教育部.全日制义务教育课程标准(2022版)[S].北京:北京师范大学出版社,2022.

[2]杨春旺.基于核心素养的初中数学高质量课堂教学策略探究[J].中学数学,2025,(22):16-17.

[3]胡永强.例谈网格中求锐角三角函数值问题[J].中学教研(数学),2020(3):16-18.